PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

No. 21/22. 1. November 1912. Redaktionsschluß für No. 23 am 2. November 1912 13. Jahrgang.

INHALT:

84. Versammlung deutscher Naturforscher und Ärzte in Münster i. W. vom 15.—21. September 1912. S. 1009.

Vorträge und Diskussionen:

Aus der Abteilung für Physik:

A. Heydweiller, Über optische Eigenschaften der Ionen im Wasser. S. 1010.

W. König, Über ein Instrumentarium zur Demonstration der Gesetze des Luftwiderstandes. S. 1013.

H. Schulz, Über die Doppelbrechung gekühlter Gläser und eine Methode zur Messung derselben. S. 1017.

G. Hoffmann, Über den direkten Nachweis der Ionisation des einzelnen α-Teilchens. S. 1029.

M. Wien, Über die Anwendung von Luftresonatoren bei Telephontönen. S. 1034.

A. Brommer, Zur Absorption der γ-Strahlen des *RaC*. S. 1037.

F. Krüger, Über Ozonbildung durch Lenardstrahlen (nach gemeinsam mit M. Moeller angestellten Versuchen). S. 1040.

H. Sieveking u. L. Lautenschläger, Über Helium in Thermalquellen und Erdgasen. S. 1043.

E. Hoppe, Zungenpfeifen mit konischen Ansatzrohren. S. 1051.

W. König, Zur Theorie der Schneidentöne. S. 1053.

F. P. Liesegang, Über eine neue optische Versuchsanordnung. S. 1055.

Aus der gemeinsamen Sitzung der Abteilungen für Physik und Mathematik:

D. Hilbert, Begründung der elementaren Strahlungstheorie. S. 1056.

W. Nernst, Der Energieinhalt der Gase. S. 1064.

M. v. Smoluchowski, Experimentell nachweisbare, der üblichen Thermodynamik widersprechende Molekularphänomene. S. 1069.

Aus der Abteilung für Physik:

K. Baedeker, Künstliche metallische Leiter. S. 1080.

B. Walter, Stereoskopische Blitzaufnahmen. S. 1082.

Aus der Abteilung für Geophysik, Meteorologie und Erdmagnetismus:

V. F. Hess, Messung der durchdringenden Strahlung bei sieben Freiballonfahrten. S. 1084.

Originalmitteilungen:

E. Warburg, Über die Ziele der physikalisch-technischen Reichsanstalt; zur Abwehr. S. 1091.

W. Voigt, Entgegnung. S. 1093.

Besprechungen:

O. Frey, Physikalische Schülerübungen. S. 1095.

K. Noack, Aufgaben für physikalische Schülerübungen. S. 1095.

J. Leutenegger, Lehrbuch der Differential-Rechnung. S. 1095.

Personalien. S. 1096.

Angebote. S. 1096.

84. Versammlung deutscher Naturforscher und Ärzte in Münster i. W. vom 15. bis 21. September 1912.

In den allgemeinen Versammlungen wurden folgende Vorträge gehalten: V. Czerny-Heidelberg: Die nichtoperative Behandlung der Geschwülste; E. Becher-Münster: Leben und Beseelung; Graf Arco-Berlin: Über drahtlose Telegraphie (mit Demonstrationen); W. Nernst-Berlin: Zur neueren Entwicklung der Thermodynamik; Sarasin-Basel: Über den gegenwärtigen Stand des Weltnaturschutzes; H. Küttner-Breslau: Moderne Kriegschirurgie. In der Gesamtsitzung der beiden Hauptgruppen sprachen C. Correns-Münster und R. Goldschmidt-München über „Vererbung und Bestimmung des Geschlechts"; W. Straub-Freiburg: „Über die Bedeutung der Zellmembran für die Wirkung chemischer Substanzen"; in der Gesamtsitzung der naturwissenschaftlichen Hauptgruppe R. v. Wettstein-Wien, A. Czerny-Straßburg und R. v. Hannstein-Berlin über „Die Wissenschaft vom Leben in ihrer Bedeutung für die Kultur der Gegenwart".

Die physikalische Sektion war von etwa 90 Teilnehmern besucht; die Anzahl der Vorträge war nicht übermäßig groß, was den erheblichen Vorteil im Gefolge hatte, daß die Diskussion mehr als sonst zur Geltung kommen konnte. Das Hauptinteresse bot die gemeinschaftliche Sitzung mit der mathematischen Abteilung, in der die Herren Hilbert, Nernst und v. Smoluchowski über die unten genannten Themen vortrugen. Die Sitzungen fanden in dem eben fertig gewordenen Neubau des Physikalischen Hörsaales statt, dessen Einrichtungen von Herrn Prof. Schmidt in ausgedehntester Weise zur Verfügung gestellt waren; letzterem als Einführenden der physikalischen Abteilung und auch Herrn Prof. Konen gebührt für die in jeder Hinsicht vortreffliche Organisation der wissenschaftlichen und der Nachsitzungen, die die Versammlung in Münster allen Teilnehmern in angenehmster Erinnerung bewahren wird, der besondere Dank der Sektion. Besonderes Interesse boten die in den Räumen des Physikalischen Instituts ausgestellten Originalapparate Hittorfs seiner klassischen Versuche über die Wanderung der Ionen einerseits und über Kathodenstrahlen anderseits. Leider war der berühmte Altmeister der Physik in Münster am Erscheinen selbst verhindert, zeigte aber an ihrem Verlauf das weitgehendste Interesse. Die Verehrung der Versammlung für ihn kam in einem Begrüßungstelegramm zum deutlichen Ausdruck.

Das Programm der Vorträge war folgendes:

1. Sitzung, Montag, den 16. September, nachmittags 3 Uhr. Vorsitzender: G. C. Schmidt (Münster i. W.).

1. H. Lehmann (Jena): Das Lumineszenz-Mikroskop.
2. A. Heydweiller (Rostock): Über optische Eigenschaften der Ionen im Wasser.
3. W. König (Gießen): Über ein Instrumentarium zur Demonstration der Gesetze des Luftwiderstandes.
4. K. Goes (Köln): Vorführung einiger Versuche mit der Gaedeschen Molekularluftpumpe.
5. H. Schulz (Berlin): Über die Doppelbrechung gekühlter Gläser und eine Methode zur Messung derselben.

2. Sitzung, Dienstag, den 17. September, vormittags 9 Uhr. Vorsitzender: A. Heydweiller (Rostock).

6. G. Hoffmann (Königsberg): Über den direkten Nachweis der Ionisation des einzelnen α-Teilchens.
7. M. Wien (Jena): Über die Anwendung von Luftresonatoren bei Telephontönen.
8. A. Brommer (Wien): Zur Absorption der γ-Strahlen des *RaC*.
9. F. Krüger (Danzig): Über Ozonbildung durch Lenardstrahlen (nach gemeinsam mit M. Moeller angestellten Versuchen).
10. H. Sieveking (Karlsruhe): Über Helium in Thermalquellen und Erdgasen (nach Untersuchungen mit L. Lautenschläger).

3. Sitzung, Dienstag, den 17. September, nachmittags 3 Uhr.
Vorsitzender: W. König (Gießen).

11. E. Hoppe (Hamburg): Zungenpfeifen mit konischen Ansatzrohren.
12. W. König (Gießen): Zur Theorie der Schneidentöne.
13. F. P. Liesegang (Düsseldorf): Über eine neue optische Versuchsanordnung.
14. C. Beckenhaupt (Weißenburg): Welche Rückschlüsse erlauben astronomische Verhältnisse (Dichte, Bahngeschwindigkeit usw.) auf physikalische Grundfragen.
15. Rudolph (Pfaffendorf): Kurze Mitteilung über neue Beziehungen zwischen verschiedenen Naturkonstanten, die sich aus der hydrodynamischen Ähertheorie ergeben und mit den besten experimentell gefundenen Werten übereinstimmen.
16. Neesen (Berlin): Bericht über die Arbeiten des Ausschusses für Einheiten und Formelzeichen.

4. Sitzung, Mittwoch, den 18. September, vormittags 9½ Uhr; gemeinschaftlich mit der Abteilung für Mathematik.
Vorsitzender: A. Sommerfeld (München).

17. D. Hilbert (Göttingen): Begründung der elementaren Strahlungstheorie.
18. W. Nernst (Berlin): Der Energieinhalt der Gase.
19. M. v. Smoluchowski (Lemberg): Experimentell nachweisbare, der üblichen Thermodynamik widersprechende Molekularphänomene.

5. Sitzung, Donnerstag, den 19. September, nachmittags 3 Uhr.
Vorsitzender: J. v. Geitler (Czernowitz).

20. Br. Glatzel (Berlin): Die Entwickelung der modernen Sendemethoden in der drahtlosen Telegraphie.
21. Giebe (Charlottenburg): Anwendung des Dreiplattenkondensators zur Bestimmung der Dielektrizitätskonstanten fester Körper (gemeinsam mit Herrn Grüneisen).
22. K. Baedeker (Jena): Künstliche metallische Leiter.
23. H. Sirk (Wien): Die transversale galvanomagnetische Druckdifferenz.
24. Walter (Hamburg): Stereoskopische Blitzaufnahmen.
25. Fr. Dessauer (Frankfurt a. M.): Arbeiten mit Funkeninduktorien und Röntgenröhren.
26. Chr. Jensen (Hamburg): Kurze Bemerkungen über die neue atmosphärisch-optische Störung. F. K.

VORTRÄGE UND DISKUSSIONEN VON DER 84. NATURFORSCHERVERSAMMLUNG ZU MÜNSTER (WESTF.).

Aus der Abteilung für Physik:

Adolf Heydweiller (Rostock), Über optische Eigenschaften der Ionen im Wasser.

Die Versuche, über die hier berichtet werden soll, bilden einen Teil eines größeren Ganzen, einer Arbeit, die der näheren Erforschung der physikalischen Eigenschaften der Ionen überhaupt gewidmet ist. Da die Erledigung derselben die Kräfte eines Einzelnen übersteigt, mußte in größerem Umfange Arbeitsteilung eingeführt werden. So habe ich auch hier über die Ergebnisse von Messungen zu berichten, die drei meiner Schüler, die Herren Rubien, Grufki und Lübben ausgeführt haben, und welche die Lichtbrechung der Ionen und die Dispersion im sichtbaren und im ultravioletten Spektrum betreffen. Einiges davon ist bereits veröffentlicht[1]), muß aber des Zusammenhanges wegen hier einbezogen werden.

Zur Untersuchung der physikalischen Ioneneigenschaften stehen zwei Wege offen. Man kann sehr verdünnte Lösungen untersuchen, in denen die Ionisation nahezu vollständig ist, oder man muß in konzentrierteren Lösungen den Einfluß der Ionen von dem der unzersetzten Moleküle trennen.

Der erste Weg ist zurzeit nur ausnahmsweise und nur schwierig gangbar wegen der nicht ausreichenden Genauigkeit der meisten Beobachtungsmethoden. Es wird das verständlich, wenn man berücksichtigt, daß in $^1/_{10}$-normalen Lösungen, in denen auch im günstigsten Falle noch nicht $^9/_{10}$ der gelösten Moleküle ionisiert sind, die physikalischen Eigenschaften durchschnittlich nur um einige Tausendstel von denen des Lösungsmittels verschieden sind.

Um den hier beschrittenen Weg einschlagen zu können, muß die Abhängigkeit der physikalischen Lösungseigenschaften von der Konzentration und dem Ionisationsgrad in eine bestimmte Form gebracht werden. Eine hierfür sehr brauchbare Formel, die sich bisher in allen Fällen bewährt hat, verdanken wir Herrn Grüneisen[1]).

Sie hat die Form:

$$\Delta = Ai + B(1 - i) + Cm,$$

worin m die Normalität, i den elektrolytischen Dissoziationsgrad der Lösung und Δ die auf eine Normallösung bezogene prozentische Änderung einer Eigenschaftskonstanten der Lösung gegen das reine Lösungsmittel bezeichnen, während A, B und C Konstanten (unabhängig von der Konzentration) sind. Für eine Reihe von Eigenschaften, zu denen die Lichtbrechung gehört, vereinfacht sich diese Beziehung dadurch, daß C gleich o wird und somit eine lineare Beziehung zwischen Δ und dem Dissoziationsgrade i besteht, die sich in der Form schreiben läßt:

1) E. Rubien, Inaug.-Diss. Rostock 1911; Ber. u. Abh. der naturf. Ges. Rostock **3**, 397, 1911; K. Grufki, Ber. u. Abh. d. naturf. Ges. Rostock **4**, 1912.

1) E. Grüneisen, Wiss. Abh. d. Physik.-Techn. Reichsanstalt **4**, 251, 1905.

$$\Delta = B + (A - B)\,i.$$

Darin ist jetzt B der auf ein unzersetztes und A der auf ein ionisiertes g.-Äquivalent bezogene Wert von Δ.

Für die Größe A bewährt sich durchweg das Gesetz der Additivität der Ioneneigenschaften, und man kann daher, indem man durch geeignete Hilfsannahmen eine Verteilung von A auf die beiden Ionen vornimmt, Moduln für die einzelnen Ionen aufstellen, die natürlich nur bis auf eine additive Konstante (von entgegengesetztem Vorzeichen für Anionen und Kationen) sicher zu stellen sind.

Aus Herrn Rubiens Versuchen über die Lichtbrechung von Lösungen für Natriumlicht lassen sich die Werte dieser Moduln ableiten und es ergibt sich weiter folgendes:

Ebenso wie die Dichte nimmt auch die Lichtbrechung mit der Ionisation fast durchweg zu (mit bisher einziger Ausnahme von HJ), derart, daß das Refraktionsäquivalent des gelösten Körpers (gleichgültig, ob man die Beer-Gladstonesche Form

$$M\,\frac{n-1}{d}$$

oder die Lorenz-Lorentzsche

$$\frac{M}{d}\cdot\frac{n^2-1}{n^2+2}$$

wählt) nahezu unverändert bleibt, und zwar annähernd gleich dem des festen Salzes ist.

Die Ionenmoduln der Lichtbrechung lassen sich ebenso, wie die der Dichte[1]) als ganze Vielfache einer kleinsten Zahl 0,029 darstellen, mit beträchtlicher Genauigkeit für die einwertigen, mit geringerer für die zweiwertigen Kationen, wie die folgende Zusammenstellung der aus den Beobachtungen abgeleiteten Werte der Ionenmoduln A_n, der ganzen Zahlen p und der Produkte $0{,}029 \cdot p$ zeigt.

	H	Li	NH_4	Na	K	Rb	Cs	Ag
An	−0,119	−0,055	+0,054	0,060	0,087	0,149	0,337	0,662
p	−4	−2	+2	2	3	5	12	23
$0{,}029\,p$	−0,116	−0,058	+0,058	0,058	0,087	0,145	0,348	0,667
	$^1/_2$ Mg	$^1/_2$ Zn	$^1/_2$ Cd	$^1/_2$ Cu	$^1/_2$ Ca	$^1/_2$ Sr	$^1/_2$ Ba	$^1/_2$ Pb
An	+0,209	0,385	0,780	0,423	0,320	0,396	0,450	0,879
p	+7	13	13	15	11	14	16	30
$0{,}029\,p$	+0,203	0,377	0,377	0,435	0,319	0,406	0,464	0,870

Eine einfache Beziehung zu den Dichtemoduln ist nicht vorhanden; nicht einmal die Reihenfolge stimmt vollständig überein.

Herr Grufki hat die Dispersion im sichtbaren Spektrum (für drei H-Linien H_α, H_β, H_γ) untersucht und dabei folgendes festgestellt.

Die relative Dispersion der Lösung gegen das Wasser ist im Bereich des sichtbaren Spektrums merklich unabhängig von der elektrolytischen Dissoziation, und sie ist nahezu gleich für Salze mit gleichem Anion, aber verschiedenen einwertigen Kationen, während sie beträchtlich mit der Natur des Anions variiert. Nachstehende Zusammenstellung mag das erläutern. Sie gibt die Unterschiede der beiden für die γ- und die α-Linie des Wasserstoffs bestimmten Δ-Werte der Salze, deren Kation in der ersten Vertikalreihe, und deren Anion in der ersten Horizontalzeile steht.

	F	Cl	Br	J	CNS	NO_3
H	0,00	0,0	0,0	0,	0,	0,0
		385				
Li		35	75		100	42
NH_4	55					
Na		36	75	175	103	37
K			705	172	096	
Rb	2	35	73	177		47
Cs		385				
Mittel	0,004	0,037	0,0735	0,175	0,100	0,042

Wie man sieht, wächst die Dispersion vom F über Cl und Br zum J, ist für NO_3 etwas größer als für Cl, und liegt für CNS zwischen Br und J.

Man darf daraus schließen, daß die Kationen ohne merklichen Einfluß auf die Dispersion im sichtbaren Licht sind.

Das wird für das ultraviolette Licht bis zu Wellenlängen von 214 $\mu\mu$ durch die Versuche von Herrn Lübben bestätigt. Diese Versuche ergeben, daß die Abhängigkeit des relativen Brechungsexponenten der Lösungen gegen das Wasser $\frac{n}{n_o}$ sich mit sehr weitgehender Annäherung, sowohl für die Ionenlösung, wie für die Molekülösung, durch die 3-konstantige Formel

$$\left(\frac{n}{n_o}\right)^2 = a + \frac{M_a}{\lambda^2 - \lambda_a{}^2}$$

darstellen läßt; in dieser Formel sind für λ die Wellenlängen im Wasser einzusetzen, sowie sich aus ihr auch die Wellenlänge λ_a der ultravioletten Eigenschwingung der Elektronen auf Wasser bezüglich ergibt. Dabei zeigen die durch vorstehende Formel dargestellten Dispersionskurven für Salze mit gemeinsamem Anion nahe denselben Verlauf derart, daß sie sich durch eine Parallelverschiebung in Rich-

1) A. Heydweiller, Ann. d. Phys. **37**, 739, 1912.

tung der n-Achse miteinander zur Deckung bringen lassen. Es folgt daraus, daß von den drei Konstanten der vorstehenden Formel nur a merklich vom Kation abhängt, während M_a und λ_a wesentlich nur durch das Anion bestimmt werden. Das haben die bisherigen Beobachtungen ergeben für die Chloride von *Li*, *Na* und *Cs*, für die Bromide von *Li* und *Rb*, und (allerdings mit größeren Abweichungen) für die Jodide von *Li* und *K*.

Als ungefähre Werte für die (auf Luft bezogenen Wellenlängen der Eigenschwingungen $\lambda_a' = n_a \lambda_a$ ergaben vorläufige Berechnungen, deren Revision vorbehalten bleibt, für das *Cl*-Ion: 163 $\mu\mu$, für das *Br*-Ion: 185 $\mu\mu$ und für das *J*-Ion: 230 $\mu\mu$.

Aus Drudes Elektronendispersionstheorie folgt bekanntlich, daß die obige einfache Dispersionsformel dann gilt, wenn die Dispersion nur von einer einzigen Elektronenart herrührt und sie gestattet, aus den Dispersionskonstanten M_a und λ_a die Größe $p \cdot \frac{e}{m}$ zu berechnen, wenn p die Zahl der schwingenden Elektronen auf ein Molekül und $\frac{e}{m}$ das bekannte Verhältnis von Ladung zu Masse für die Elektronen bezeichnen. Für unsere auf Normallösungen bezogenen Konstanten ergeben sich für

$$p \cdot \frac{e}{m} = 0{,}326 \frac{M_a}{\lambda_a^4}$$

Werte, die zwischen 1,6 und $2{,}5 \cdot 10^7$ liegend nicht sehr abweichen von dem aus elektromagnetischen Messungen folgenden Werte von $\frac{e}{m}$, so daß also $p = 1$ zu setzen wäre, d. h. es liegt hier der besonders einfache Fall vor, daß die relative Dispersion der Ionen im Wasser nicht nur durch eine mitschwingende Elektronenart, sondern auch nur durch ein Elektron pro Molekül bedingt ist. Man dürfte kaum fehlgehen in der Annahme, daß es das bei der Ionisation vom Kation an das Anion übergehende Elektron ist.

Auch für die unzersetzten Moleküle gilt die gleiche einfache Dispersionsformel, wie für die Ionen, aber mit anderen und zwar kleineren Konstanten, die nun außerdem in merklicher Weise vom Kation abhängen. Die Luftwellenlängen der Eigenschwingungen für die Chloride nähern sich dabei mehr den von Herrn F. F. Martens[1]) für feste Salze berechneten Werten (161 $\mu\mu$ für *KCl*, 156 $\mu\mu$ für *NaCl*), ohne sie zu erreichen. Es ist begreiflich, daß das festere Gefüge des Moleküls mit der stärkeren Konzentrierung der Kraftlinien dem Ion gegenüber eine Verkleinerung der Schwingungsdauer der Elektronenschwingungen bedingt, während die Auflockerung der Moleküle bei der Auflösung eine Vergrößerung ergeben muß.

Für die *Cl*-, *Br*- und *J*-Ionen verhalten sich die Dispersionskonstanten M_a nahezu wie 1 : 2 : 4 und die Schwingungszahlen der Eigenschwingungen ihrer Elektronen berechnen sich zu: 1,84, 1,61 und $1{,}30 \cdot 10^{15}$ in 1 Sekunde.

Die gleichen Periodenzahlen würden Elektronen besitzen, die positive Elementarladungen in Abständen von 1,23, 1,34 und $1{,}53 \cdot 10^{-8}$ cm, also annähernd in Atomdimensionen umkreisen würden.

Es ist zu hoffen, daß diese Feststellungen einiges zur Aufhellung der dunklen Tiefen des Mikrokosmos beitragen werden.

Rostock, Physik. Institut.

1) Ann. d. Phys. [4] 6. 603. 1901.

Diskussion.

Rubens: Der Befund, welcher sich hier ergeben hat, stimmt durchaus mit dem überein, was man bezüglich der Dispersion der Stoffe annehmen muß. Wenn der Absorptionsstreifen durch die Schwingung des Elektrons hervorgebracht wird, kann seine Stärke und Lage nur wenig von der Art des Zusammenhanges der einzelnen Moleküle beeinflußt werden. Wenn es sich dagegen um die langwelligen Absorptionsstreifen handelt, bei welchen die gesamte Masse des Moleküls in Schwingung gerät, liegt die Sache anders, da ist die molekulare Struktur des Körpers maßgebend, und diese ist im flüssigen Zustande eine ganz andere als im festen und gasförmigen. Eine konzentrierte Kochsalzlösung reflektiert z. B. die Reststrahlen von Steinsalz nicht merklich besser als reines Wasser. Aber die Dispersion hängt auch im sichtbaren und ultravioletten Gebiet etwas von dem langwelligen ultraroten Streifen ab, und es ist die Frage, ob die kleinen Unterschiede, die sich bezüglich der Lage des ultravioletten Absorptionsstreifens der Moleküle und der Ionen ergeben haben, nicht nur scheinbare sind und etwa daher kommen, daß in der Dispersionsformel das ultrarote Absorptionsgebiet nicht berücksichtigt ist.

Heydweiller: Ich würde es für sehr wünschenswert halten, wenn die Versuche auf die ultrarote Dispersion von Lösungen ausgedehnt würden. Aber ich glaube, die Schwierigkeiten werden sehr groß sein, um die erforderliche Genauigkeit zu erreichen. Vielleicht kann Herr Rubens mir darüber Auskunft geben, ob er das für möglich hält. Ich wage mich ohne das nicht daran. Es handelt sich da um sehr kleine

festzustellende Unterschiede, und ich glaube, die Beobachtungsmethoden werden dazu nicht ausreichen.

Rubens: Es läßt sich voraussehen, daß die Unterschiede der Dispersion im Ultrarot bedeutend größer sein werden. Die Schwierigkeiten der Untersuchung sind freilich dort sehr bedeutende.

Heydweiller: Es würde sich darum handeln, die Versuche auf Lösungen auszudehnen, und da auch auf das ultrarote Gebiet.

Rubens: Es sind im Physikalischen Institut der Berliner Universität früher Versuche über das Reflexionsvermögen von Lösungen ausgeführt worden, welche jetzt fortgesetzt werden sollen. Vielleicht können diese Versuche zur Aufklärung des Gegenstandes dienen.

Heydweiller: Das Resultat dieser Arbeit will ich dann jedenfalls abwarten.

Krüger: Ich darf vielleicht hinweisen auf den Zusammenhang dieser Arbeiten mit den Untersuchungen von Hantzsch, der bewies, daß im allgemeinen jeder Änderung in der chemischen Konstitution gefärbter Stoffe eine Farbenänderung entspricht. Das stimmt im allgemeinen sehr gut, eine Ausnahme zeigte nur die elektrolytische Dissoziation: bei dem elektrolytischen Zerfall der Ionen ist keine Farbenänderung zu beobachten, vielmehr trifft hier das Beersche Gesetz auch für dissoziierende Stoffe zu. Dieser Unterschied scheint jetzt behoben zu sein, nach den Untersuchungen des Herrn Vortragenden würde die Ausnahme fortfallen, da auch mit der elektrolytischen Dissoziation Farbenänderungen im Ultraviolett oder im Ultrarot verbunden sind, so daß der Hantzschsche Satz ganz allgemein zuzutreffen scheint.

Heydweiller: Das würde ich allerdings auch glauben.

W. König (Gießen), Über ein Instrumentarium zur Demonstration der Gesetze des Luftwiderstandes.

Die moderne Entwicklung der Luftschiffahrt und des Flugwesens stellen den Physiker vor die Aufgabe, in der Experimentalvorlesung die Gesetze des Luftwiderstandes eingehender, als man es früher wohl getan hatte, zu behandeln. Ich habe mir für diesen Zweck ein Instrumentarium konstruiert, das ich seit einigen Jahren in Gebrauch habe. Es ist seinerzeit auch auf der IIa in Frankfurt a. M. ausgestellt gewesen[1]). Nachdem inzwischen die Firma Pfeiffer in Wetzlar die Anfertigung des Instrumentariums in die Hand genommen hat, möchte ich mir heute erlauben, es in der Form, in der es diese Firma in den Handel bringt, auch einmal vor einem Kreise von Fachgenossen vorzuführen und seine Anwendung zu erläutern.

Der Hauptteil des Instrumentariums ist der Apparat zur Erzeugung des Luftstroms (Fig. 1). Er besteht aus einem Ventilator mit elektrischem Antrieb, der seinen Luftstrom durch eine schwach konisch geformte Röhre hindurchschickt. Um ein gleichmäßiges Einströmen der Luft von allen Seiten zu gewährleisten, empfiehlt es sich, den Motor von der Einströmungsöffnung möglichst abzurücken und ihn mit dem Ventilator entweder durch eine starre Verlängerung der Achse oder durch eine biegsame Welle zu koppeln[1]). Grade Längswände, die das Innere der Röhre durchziehen, dienen dazu, die Wirbelbewegung der Luftmasse aufzuheben. Aus dem zylindrischen Ansatz des Ventilatorrohres tritt dann ein starker Luftstrom von 20 cm Durchmesser, der sich als ein ziemlich scharf begrenzter Strahl, wie Sie an der Bewegung dieses Fähnchens sehen können, bis auf mehrere Dezimeter von der Öffnung aus erstreckt. Mit der Entfernung von der Öffnung nimmt sein Querschnitt langsam zu, seine Geschwindigkeit ein wenig ab. Über den Querschnitt ist bei ganz freiem Rohr die Geschwindigkeit nicht ganz gleichmäßig verteilt. Um eine größere Homogenität des Luftstroms zu erzielen, kann man in den zylindrischen Ansatz Gazewände oder nach der Idee von Prandtl eine aus kurzen Rohrstücken aufgebaute siebartige Querwand senkrecht zum Luftstrom einfügen. Diese Vorrichtungen setzen selbstverständlich die erreichbare Geschwindigkeit herab oder erfordern einen stärkeren Motor. Bei meinen Versuchen ergab ein Motor von $^1/_6$ PS ohne Gaze bis zu 10 m/sec, mit Gaze bis zu 7 m/sec Geschwindigkeit. Die Geschwindigkeiten können mit einem kleinen Schalenkreuz-Anemometer gemessen werden. Man kann aber auch am Ventilatorrohr eine kleine Sonde anbringen und mit einem Manometer mit schwach geneigter Röhre (Mikromanometer) verbinden. Dieses Manometer kann dann mit dem Schalenkreuz-Anemometer auf Windgeschwindigkeiten geeicht werden. Doch muß der Apparat dann mit Hilfe von Stellschrauben und Libellen genau justierbar sein.

Die weiteren Apparate dienen nun dazu, Platten von bestimmter Art in bestimmten Lagen in diesen Luftstrom einzuführen und die auf sie ausgeübten Druckkräfte zu messen. Der erste Apparat (Fig. 2) gestattet, den Druck auf Flächen,

1) Zuerst beschrieben in IIa-Wochenrundschau, S. 169, 1909.

1) Das starke Geräusch, das Motor und Ventilator bei dem Vortrage verursachten, war durch den Mangel einer soliden Aufstellung bedingt, und läßt sich durch eine solche im wesentlichen vermeiden.

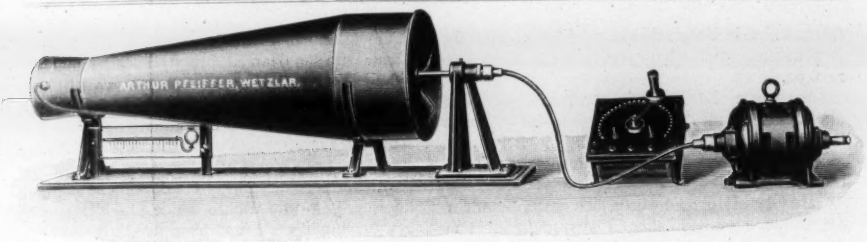


Fig. 1.

die senkrecht zum Strom liegen, zu messen und seine Abhängigkeit von der Geschwindigkeit des Luftstroms und von der Größe und Gestalt der Platten zu demonstrieren. Ein Messingstab hängt an zwei Doppelfäden, so daß er sich beim Pendeln parallel verschiebt. Auf ihn werden vorn die zu prüfenden Platten aufgesteckt. Die Größe der Ablenkung, die der auf die Platten stoßende Wind hervorbringt, mißt die Größe der Druckkraft; sie ist aus Gewicht und Pendellänge leicht in Grammen auszudrücken. Die Abhängigkeit vom Quadrat der Geschwindigkeit läßt sich auf diese Weise gut bestätigen. Die

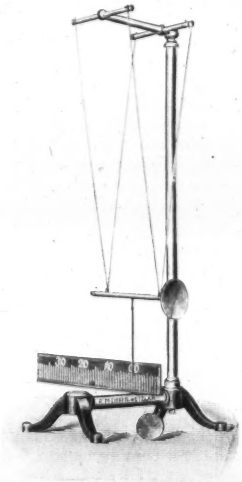


Fig. 2.

Proportionalität mit der Fläche bewährt sich weniger gut. Die große Platte, die genau die doppelte Fläche der kleinen hat, gibt nicht ganz die doppelte Druckkraft[1]). Dies rührt vielleicht davon her, daß diese Scheibe schon etwas groß im Verhältnis zu den Querdimensionen des Luftstroms ist. Die Konstante K des Newtonschen Gesetzes

$$P = K \cdot S \cdot v^2$$

ergibt sich, wenn der Winddruck P in Kilogrammen, die Fläche S in m^2 und die Windgeschwindigkeit v in m/sec gemessen wird, für die kleine runde Platte i. M. zu 0,082, für die große runde Platte zu 0,072.

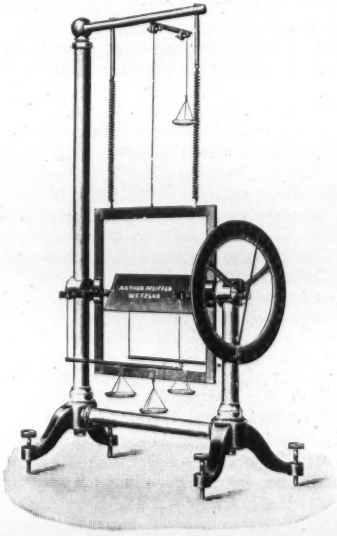


Fig. 3.

Ein weiterer Apparat (Fig. 3) dient dazu, die horizontale und die vertikale Komponente des Winddrucks auf schräg gestellte Platten zu ermitteln. Dieser Apparat ist der wichtigste. Denn für die praktische Anwendung in der Flugtechnik ist der Winddruck auf die geneigten Flächen und seine Zerlegung in den die Trag-

1) Dasselbe hat H. Zickendraht bei seinen Messungen in einem auf die gleiche Art erzeugten Luftstrom gefunden, s. Ann. d. Phys. (4) **35**, 47, 1911.

kraft darstellenden vertikalen Auftrieb und den vom Motor zu leistenden horizontalen Vortrieb das Wesentlichste. Bei diesem Apparat ist ein viereckiger Holzrahmen an zwei Federn aufgehängt und trägt in seiner Mitte die zu prüfende Platte. Diese ist um eine horizontale Achse drehbar und kann auf bestimmte, an einer Kreisteilung ablesbare Winkel gegen die horizontale Stromrichtung eingestellt werden. Die Achse endet beiderseits in Spitzen, und der Apparat wird so justiert, daß der Rahmen mit diesen Spitzen gegen zwei am Apparate feste Spitzen freischwebend einspielt. Treibt der Winddruck die Platte mit dem Rahmen aus dieser Lage heraus, so kann sie durch horizontale und vertikale Zugkräfte wieder in sie zurückgeführt werden. Diese Kräfte werden durch Gewichte hervorgebracht, deren Zug, durch Fäden über Rollen geführt, einerseits horizontal an der Mitte des Rahmens, andererseits vertikal oben und unten am Rahmen angreift[1]).

Was für Resultate man mit diesem Apparat bei Messungen unter verschiedenen Winkeln erhält, veranschaulichen die Kurven der Fig. 4, die die horizontale und die vertikale Kompo-

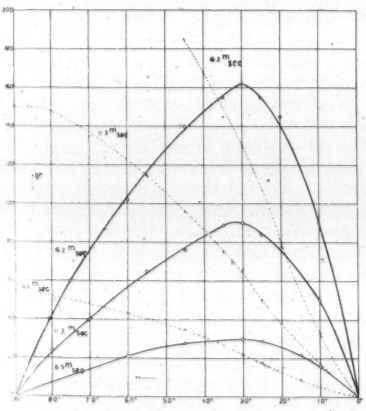


Fig. 4.

nente des Winddrucks für eine Platte von 8 cm Breite bei drei verschiedenen Windgeschwindigkeiten angeben (Ordinaten: die Drucke in Grammen, Abszissen: die Winkel der Fläche mit der Richtung des Luftstroms). Die Platte war quer zum Luftstrom 25 cm lang, erstreckte sich also beiderseits über die Breite des Luftstroms hinaus. Die Messungen sind von Herrn Prof. Wachsmuth in Frankfurt a. M. mit dem Instrumentarium ausgeführt worden; er hatte die Liebenswürdigkeit, mir seine Ergebnisse für diesen Vortrag zu überlassen. Die Kurven zeigen für den Auftrieb die charakteristische Unsymmetrie, wie sie nach der Rayleighschen Theorie für eine zweidimensionale Flüssigkeitsströmung, d. h. für eine Platte, die senkrecht zum Strom unendlich lang wäre, besteht. In der Tat entspricht auch der Versuch bei den angegebenen Dimensionen der Platte nahezu dieser Bedingung. Doch sind die Kurven noch etwas unsymmetrischer, als es die Theorie verlangt. Verkürzt man die Querdimension der Platte, so rückt das Maximum nach größeren Winkeln.

Bei diesem Apparate ist außer acht gelassen, daß bei schräg gestellter Platte der Angriffspunkt des Druckes nicht mehr in der Mittellinie der Platte liegt, sondern mit abnehmendem Winkel nach der vorderen Kante rückt. Daraus ergibt sich ein Drehungsmoment, das den Rahmen schräg stellen und die Winkeleinstellung der Platte verändern würde. Um diese Wirkung möglichst auszuschalten, ist die Unterseite des Rahmens stark beschwert. Um aber andererseits die interessante Verschiebung des Druckmittelpunktes zu demonstrieren, habe ich einen dritten Apparat konstruiert (Fig. 5). Hier liegt

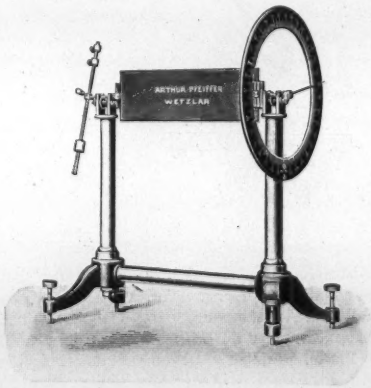


Fig. 5.

eine Platte, wieder von den Dimensionen 8 × 25 cm, mit horizontaler Achse leicht drehbar auf Friktions-

[1]) H. Zickendraht hat diesem Teile des Instrumentariums durch Verwendung von Federn an Stelle der Gewichte eine für die Ausführung der Messungen entschieden bequemere Form gegeben, s. Verhandl. der Basler Naturf. Gesellschaft **21**, 41, 1910; auch **22**, 1, 1911; Ann. d. Phys. (4) **35**, 47, 1911. Für die Demonstration dürfte aber das freie Schweben des Rahmens und die Ausbalancierung durch Gewichte anschaulicher sein.

rädern. Die Achse besteht aus zwei getrennten Stücken, die an beliebigen Stellen der kurzen Kanten der Platte durch Klemmvorrichtungen befestigt werden können. Der Abstand der Achse von der Mittellinie kann auf einer Teilung am Plattenrande abgelesen werden. Für jede Lage der Achse muß die Platte auf ihren Lagern sorgfältig ausbalanciert werden, so daß sie sich in indifferentem Gleichgewicht befindet; dazu sind an dem einen Achsenstück Arme mit verstellbaren Gewichten befestigt. Trifft der Luftstrom die ausbalancierte Platte, so stellt sie sich für jede Achsenlage unter einem ganz bestimmten Winkel zum Luftstrom ein, nämlich immer unter demjenigen Winkel, für den der Angriffspunkt des Druckes in die jeweilige Achsenlage hineinfällt. Für die Demonstration ist es bequemer, eine Anzahl von gleichen Platten mit verschiedenen exzentrischen Achsenlagen ein für allemal ausbalanciert vorrätig zu haben, die in den Apparat eingelegt und schnell ausgewechselt werden können. Aus den zusammengehörigen Einstellungswinkeln und Achsenlagen erhält man die Lage des Druckmittelpunktes in ihrer Abhängigkeit vom Winkel. Fig. 6 illustriert diese

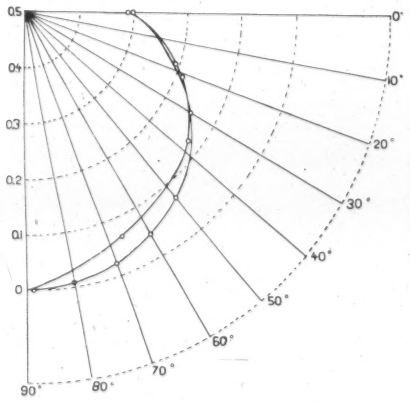


Fig. 6.

Verhältnisse, wie sie sich — wiederum nach Messungen von Herrn Prof. Wachsmuth — bei diesem Apparate ergeben. Dabei entspricht die Bezeichnung 0 der Mittellinie, 0,5 dem Rande der Platte. Für $\alpha = 90^0$ liegt der Angriffspunkt des Druckes in der Mittellinie. Eine um diese drehbare Platte stellt sich also immer senkrecht zum Luftstrom ein. Dreht man sie aus dieser Lage heraus, so erzeugt der Winddruck, indem sein Angriffspunkt nach vorne rückt, ein Drehungsmoment, das die Platte in die zum Strome senkrechte Lage zurückzudrehen sucht. Die Größe dieses Drehungsmomentes kann man schließlich mit dem letzten dieser Apparate messen (Fig. 7). Er ist in leicht verständlicher

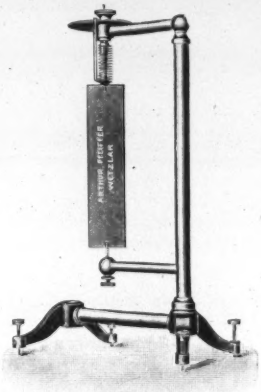


Fig. 7.

Weise nach dem Prinzip des Torsionsgalvanometers gebaut. Die Ergebnisse über die Lage des Druckmittelpunktes stimmen sehr nahe mit denjenigen von Joessel überein. Die Joesselsche Kurve ist ebenfalls in die Fig. 6 eingetragen; sie liegt für kleine Winkel außerhalb, für Winkel größer als 25^0 innerhalb der an meinem Apparate gefundenen Kurve. Die theoretische Kurve dagegen, die sich nach der Rayleighschen Formel für das zweidimensionale Problem konstruieren ließe, würde ganz innerhalb beider Kurven verlaufen und für $\alpha = 0^0$ bei 0,38 endigen.

Die behandelten Fälle sind die einfachsten und theoretisch interessantesten. Für die Praxis von größerer Wichtigkeit ist das Verhalten gekrümmter Flächen, das sich natürlich ebensogut mit diesem Instrumentarium studieren und demonstrieren läßt. Ferner lassen sich andere interessante Wirkungen eines Luftstroms mit dem Apparat Fig. 1 demonstrieren. Eine dünne ebene Platte, die in horizontaler Lage durch den Luftstrom hindurchfällt, wird immer aufgekippt und zwar mit der vom Luftstrom getroffenen Kante nach oben. Eine Scheibe, die um ihre Symmetrienachse drehbar ist, stellt sich zwar senkrecht zum Luftstrom ein, aber angestoßen kommt sie in dauernde Drehung, ebensogut im einen wie im entgegengesetzten Sinne.

Diskussion.

Schaefer: Wenn ich recht verstanden habe, erwähnte der Herr Vortragende, daß bei seinen Versuchen der Widerstand nicht streng proportional der Fläche war, und führte das auf ein Mißverhältnis zwischen der Breite des Strahles und der der Platte zurück. Man könnte aber auch an einen theoretischen Grund denken. Man kann nur völlige Proportionalität zwischen Widerstand und Fläche erhalten, wenn der Widerstand streng proportional dem Quadrat der Geschwindigkeit ist. Allgemein folgt nämlich aus dem Gesetz der mechanischen Ähnlichkeit, unter Voraussetzung der Gültigkeit der hydrodynamischen Gleichung, daß der Widerstand W proportional folgendem Ausdruck sein muß:

$$W \backsim \varrho^{n-1} k^{2-n} L^n v^n,$$

wenn ϱ die Dichte, k die Zähigkeit, L die lineare Dimension der Platte, v die Geschwindigkeit bedeutet. Man sieht daraus in der Tat, daß nur für $n = 2$ $W \backsim L^2$, also $\backsim$ der Fläche wird, und gleichzeitig unabhängig von der Zähigkeit. Die Sache liegt übrigens genau so bei Strömung in Röhren. Es läßt sich dies ja alles unter den Begriff der „Turbulenz" subsummieren, und die Strömung in Röhren ist gewissermaßen die kinematische Umkehrung der Bewegung eines festen Körpers in einer Flüssigkeit. Bei der gewöhnlichen Reynoldsschen Turbulenz ist der Widerstand der Röhre proportional der 1,5. bis 1,7. Potenz der Geschwindigkeit, und die Abhängigkeit des Widerstandes vom Querschnitt ist dann nach der Formel sehr kompliziert.

Wenn man aber die Geschwindigkeit steigert, so kommt man zu höheren Graden von Turbulenz, wie Versuche gezeigt haben, die auf meine Veranlassung im Breslauer Institut angestellt sind. Man erhält dann auch den Fall, daß der Widerstand der Röhre ungefähr proportional der zweiten Potenz der Geschwindigkeit ist, und dann ist er wieder dem Querschnitt proportional und von der Reibungskonstante unabhängig. Auch hier zeigt sich also die besondere Einfachheit des Falles $n = 2$, der aber keineswegs immer realisiert ist.

König: Gegen diese Auffassung würde der Umstand sprechen, daß bei Versuchen mit großen Platten, wie Eifel sie durchgeführt hat, das Umgekehrte stattfindet. Da wird die Konstante des Druckes bei kleinen Flächen kleiner, bei mir dagegen größer.

Schaefer: Ich möchte auch durchaus nicht behaupten, daß Ihre Erklärung hier nicht zutreffe, sondern ich wollte nur auf die Möglichkeit einer theoretischen Erklärung der Abweichung aufmerksam machen.

Hiemenz: Bei dem ersten Apparate läge eine sehr schöne Ergänzung insofern vor, als man sehr kleine Lenkballons benutzen kann, wie Parseval, um die Abhängigkeit des Luftwiderstandes von der Ausbildung des Kopfes des Ballons zu zeigen. Ich möchte fragen, ob das schon gemacht worden ist. Namentlich würde sich ergeben, was der Laie zuerst vermutet, ob die Abrundung eine bedeutende Verringerung des Luftwiderstandes hervorruft.

König: Ja gewiß, ich habe es nicht gemacht, aber von anderen ist es geschehen, z. B. von Zickendraht und von Frank.

Leschnin: Ist der Apparat vielleicht schon ausgebaut worden, um damit die Bedeutung der Lee-Wirkung zu erkennen, bzw. messende Versuche darüber zu machen.

König: Ich habe das noch nicht versucht.

Leschnin: Es würde, glaube ich, mit dem Apparat möglich sein.

König: Ja durch die Anziehung zweier Platten; das würde möglich sein. Ich habe natürlich versucht, die hydrodynamische Anziehung und Abstoßung an Kugeln zu bestimmen. Das ist mir aber noch nicht gelungen.

Leschnin: Ich weiß, daß der Verein deutscher Ingenieure sich dafür interessiert, einmal messende Versuche nach dieser Richtung anzustellen.

Hans Schulz (Friedenau), Über die Doppelbrechung gekühlter Gläser und eine Methode zur Messung derselben.

(Mitteilung aus der optischen Anstalt C. P. Goerz-Friedenau.)

Die Leistungsfähigkeit optischer Instrumente ist abhängig von der Genauigkeit der Bearbeitung und der Beschaffenheit des optischen Glases. Wie Zschokke[1]) gezeigt hat, ist die durch fehlerhafte Bearbeitung erzeugte Abweichung von dem theoretisch ermittelten Strahlengang merklich kleiner als der an ausgeführten photographischen Objektiven experimentell nachweisbare Fehler. Dieser kann daher nur auf fehlerhafte Beschaffenheit des Glases zurückzuführen sein und in der Tat ist auch das sorgfältigst hergestellte Glas nicht als homogen und isotrop zu betrachten. — Der Begriff der isotropen Körper ist eben, wie so viele Begriffe in der Physik, ein in der Praxis kaum realisierbarer Idealfall; nur die Flüssigkeiten sind wirklich isotrop. Da bei ihnen das Gesetz der allseitigen gleichmäßigen, zeitlosen Druckfortpflanzung mit großer Annäherung gilt, und da man den Einfluß des Eigengewichts innerhalb kleiner Teile einer

1) Goerz-Festschrift, S. 133—144, 1911.

Flüssigkeitsmasse vernachlässigen kann, so kann eine merkliche Anisotropie auf Grund mechanischer Einflüsse bei flüssigen Körpern im Temperaturgleichgewicht überhaupt nicht beobachtet werden. Mit dem Auftreten einer endlichen Formelastizität jedoch ist stets eine Anisotropie bedingt, denn bei Vorhandensein einer endlichen Formelastizität muß jede Druck- oder Temperaturschwankung ein Auftreten von Spannungen im Innern des Körpers bewirken und damit eine Anisotropie im optischen Sinn. Das in der Optik verwendete Glas ist in seinem Bildungsprozeß sehr großen Temperaturänderungen ausgesetzt und somit kaum spannungsfrei zu erhalten. Nur die regulären Kristalle sind, wenn sie sich freischwebend in der Mutterlauge bilden können, derartigen äußeren Einflüssen nicht ausgesetzt und können als isotrop im optischen Sinne betrachtet werden. Jedoch zeigt sich, daß spätere Druck- bzw. Temperatureinflüsse, welche die regulären Kristalle über ihre Elastizitätsgrenze beanspruchen, zu dauernden Spannungen und damit zu einer Anisotropie Veranlassung geben. Beispielsweise ist von den in der Natur vorkommenden regulären Flußspatkristallen nur selten ein Stück isotrop; die meisten sind mit ziemlich starker Spannung behaftet[1]).

Für Glas ist nachgewiesen, daß innerhalb einer Schmelze der Brechungsindex um einige Einheiten der vierten Dezimale variieren kann. Der Grund für diese Abweichungen ist entweder in einer durch unvollkommene Mischung des Glasflusses bedingten Inhomogenität zu suchen oder in der durch die Spannung verursachten Doppelbrechung des Glases, welche nach den Versuchen von Czapski[2]) auch bei homogener Mischung noch Abweichungen im Brechungsindex hervorrufen kann, die sich in die 5. Dezimale des Brechungsindex erstrecken.

In der vorliegenden, teils in der optischen Anstalt C. P. Goerz vom Verfasser, teils im Glaswerk Schott und Genossen von Herrn Zschimmer ausgeführten Arbeit sollte nun versucht werden, die Abhängigkeit der auftretenden Spannung von der Härtungstemperatur festzustellen, während die Entspannung in einer späteren Arbeit behandelt werden soll.

Wie bereits Zschimmer[3]) angibt, müssen zu diesem Zweck folgende Versuche ausgeführt werden:

1. Für ein gegebenes Glas muß unter Voraussetzung einer bestimmten Form ermittelt werden, wie groß die bei verschiedenen Temperaturen erregte Spannung ist, wenn der spannungsfreie Glaskörper aus dem Raum von der Temperatur T in einen Raum von 20^0 C gebracht wird, wo er sich schnell abkühlt.

2. Die daraus sich ergebende Kurve der Doppelbrechung als Funktion der Erregungstemperatur soll für verschiedene Gläser bestimmt und dadurch erkannt werden, welchen Einfluß die chemische Zusammensetzung auf die Gestalt der Spannungskurve hat.

Durch rasche Abkühlung („Härtung") wird in einem Glaskörper „ungleichförmige Spannung" erzeugt. Die Richtung und Stärke der Spannung ist von Schicht zu Schicht (u. U. von Punkt zu Punkt) verschieden. Bei gleichmäßiger äußerer Temperatur ist die Verteilung der Elementarspannungen nach Größe und Richtung abhängig von der Gestalt und den Dimensionen des Körpers. Nach der Theorie von F. Neumann[1]) läßt sich ein ungleichförmig gespanntes Glasstück betrachten als ein Aggregat unendlich vieler unendlich kleiner gleichförmig gespannter Teilchen.

Für die gleichförmige Spannung ist sowohl theoretisch als experimentell[2]) schon ziemlich ausgiebiges Material gesammelt, so daß die Gesetze der gleichförmigen Spannung als hinreichend bekannt betrachtet werden können. Die ungleichförmige Spannung, welche beim Glase stets vorhanden ist und bei der Herstellung optischer Instrumente störender auftritt wie die gleichförmige, ist bisher wenig untersucht. Neumann[3]) versuchte 1842, die Gesetze der Doppelbrechung für einen durch schnelle Abkühlung ungleichförmig gespannten Zylinder abzuleiten, jedoch sind seine Endausdrücke zur Auswertung von experimentellen Ergebnissen ungeeignet. Es bleibt also zunächst nur der rein empirische Weg übrig, um die Gesetze der ungleichförmigen Doppelbrechung zu ermitteln. Die schon erwähnte Arbeit Czapskis gibt bereits zahlenmäßige Werte für die ungleichförmige Doppelbrechung, während die Arbeiten von Schott[4]) und Pulfrich nur die Abnahme der Doppelbrechung an einem und demselben Versuchsstück durch Zählung der zwischen gekreuzten Nicols auftretenden Interferenzringe ermittelten.

Die Schwierigkeit der theoretischen Bearbei-

1) Pogg. Ann. **78**, 272.
2) S. Czapski, Wied. Ann. (3) **42**, 319, 1891; vgl. auch H. Hovestadt, Jenaer Glas, Jena 1900.
3) E. Zschimmer, Arch. f. phys. Chem. d. Glases u. d. keramischen Massen 1, 5 u. 9, 1912.

1) F. Neumann, Pogg. Ann. **54**, 455, 1841.
2) Bravais, Ann. d. chim. et de phys. Sér. II, T. XVIII, 129; Pogg. Ann. **98**, 395—414, 1855; W. König, Ann. d. Phys. (4) **4**, 1—40, 1901; F. Pockels, Ann. d. Phys. (4) **7**, 745—771, 1902; **9**, 220—223, 1902; W. König, Ann. d. Phys. (4) **11**, 842—866, 1903.
3) F. Neumann, l. c.
4) O. Schott, Ztschr. f. Instrumentenkde. **11**, 330, 1891; Ver. z. Beförderg. d. Gewerbefleißes, 4. April 1892.

tung des Problems ist erklärlich, wenn man berücksichtigt, daß die während des Entstehungsprozesses auftretenden Spannungen von folgenden Faktoren abhängen, deren Verhalten innerhalb des in Frage kommenden Temperatur- und Druckgebietes noch nicht klargestellt ist:

1. Äußere und innere Wärmeleitfähigkeit.
2. Wärmekapazität.
3. Ausdehnungskoeffizienten.
4. Elastizitätskonstanten.

Es bleibt daher zurzeit kein anderer Weg, um die Gesetzmäßigkeiten zu erkennen, als die experimentelle Untersuchung und die empirische Aufstellung von Beziehungen auf Grund der experimentellen Resultate. Da, wie bereits erwähnt, die Spannung von Punkt zu Punkt variiert, so muß zur Untersuchung eine experimentelle Methode verwendet werden, welche auch bei merklicher Gangdifferenz innerhalb des beobachteten Querschnitts noch mit hinreichender Genauigkeit einen Mittelwert zu messen gestattet, welche also gewissermaßen über die beobachtete Fläche integriert.

Wir wollen zunächst ein Maß der Spannung für gekühlte Gläser aufzustellen suchen. Es sei gegeben ein gespanntes Glasstück von beliebigem Querschnitt, und es möge an der Stelle A senkrecht zur Begrenzungsfläche ein Strahl linearpolarisierten Lichts auftreffen. Dieser Strahl wird dann im allgemeinen in 2 senkrecht zueinander polarisierte Strahlen zerlegt, welche sich mit verschiedener Geschwindigkeit innerhalb des Glases fortpflanzen. Die Geschwindigkeit dieser Strahlen wird um so mehr voneinander abweichen, je stärker die Spannung ist. Der vorhandene Gangunterschied, welcher leicht gemessen werden kann, kann somit als Maß für die an der Stelle bzw. Zone A vorhandene mittlere Spannung definiert werden. Solange die Spannung nicht allzu stark ist, kann man nach Neumann[1]) die beiden durch das Glasstück gehenden Strahlen als zusammenfallend ansehen (bei sehr starker Spannung zerspaltet sich der Strahl an jeder Stelle in zwei Komponenten, so daß also in Wirklichkeit unendlich viele Strahlen austreten). Sind demnach n_1 und n_2 die Brechungsindizes für die durch die Zone A gehenden linear polarisierten Strahlen, so ist der Gangunterschied beim Austreten der Strahlen

$$(n_1 - n_2)\, d = \nu \lambda ,$$

wobei λ die Wellenlänge des verwendeten Lichts und d die Dicke der durchlaufenen Schicht ist[1]).

Der Gangunterschied der Strahlen kann mit Hilfe des Babinetschen Kompensators ermittelt werden; wenn jedoch, wie in diesem Falle, der Gangunterschied von Punkt zu Punkt variiert, und zwar innerhalb verhältnismäßig kleiner Gebiete um merkliche Beträge, die bei starker Spannung sogar die Größenordnung λ überschreiten können, so ist weder durch direkte Einstellung auf Auslöschung, noch bei Verwendung eines einfachen Halbschattenanalysators eine brauchbare Messung möglich, da bei der einfachen Auslöschung sowohl wie bei der Anwendung einer Halbschattenmethode die Intensitätsschwankung auf einer allgemeinen Helligkeit aufgelagert ist, welche geringe vorkommende Schwankungen völlig unter der Schwelle der Wahrnehmungsfähigkeit erscheinen läßt. Es ergibt sich demnach die Notwendigkeit, ein anderes Verfahren anzuwenden, und dieses gibt sich aus der von Lummer[2]) im Jahre 1907 entwickelten Theorie der „Interferenzkurven gleicher Neigung" im polarisierten Licht (Lummerschen Doppelringe), welche vom Verfasser[3]) und von Sorge[4]) so weit geführt worden ist, daß sämtliche vorkommenden Fälle theoretisch sowohl wie praktisch geklärt sind.

Legt man zwei rechtwinklige Prismen mit ihren Hypotenusenflächen so aneinander (Fig. 1), daß zwischen ihnen eine dünne planparallele Luftschicht von ca. $^1/_{1000}$ mm Dicke entsteht[5]), und läßt durch eine Kathetenfläche Licht einfallen, so entsteht sowohl im durchgehenden als im reflektierten Licht ein Interferenzphänomen, dessen größte Schärfe erreicht wird, wenn man nahe dem Grenzwinkel der Totalreflexion beobachtet. In dem im reflektierten Licht zu beobachtenden Interferenzphänomen, welches fernerhin stets benutzt wird, treten dann im natürlichen Lichte scharfe schwarze Streifen auf, zwischen denen sich bei Verwendung polarisierten Lichts ein weiteres Minimum ausbildet (Verdopplungsstreifen). Die Strahlen S_1, S_2, S_3 werden, sobald das Licht linearpolarisiert unter dem Azimut 45^0 zur Einfallsebene einfällt, unter verschiedenen Azimuten austreten, und zwar derartig, daß der nur einer einzigen Reflexion unterliegende Strahl S_1 eine Sonderstellung einnimmt. Es ist möglich, den Strahl

1) K. E. Neumann, l. c.

1) S. Czapski, l. c.
2) O. Lummer, Ann. d. Phys. (4) **22**, 49—63, 1907.
3) H. Schulz, Jahresber. d. Schles. Ges. f. vaterl. Kultur, Dez. 1907.
4) K. Sorge, Inaug.-Diss., Breslau 1909.
5) Es ist dies am besten in der Weise zu erreichen, daß man, wie in Fig. 1 angedeutet, in der Nähe der Kanten kleine Streifen Rauschgold oder Aluminiumfolie von passender Dicke einlegt.

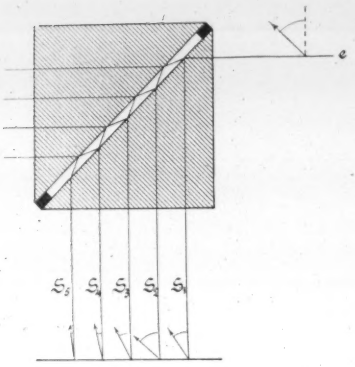


Fig. 1.

S_1 durch den Analysator vollkommen auszulöschen, während noch merkbare Bruchteile der übrigen Strahlen durch den Analysator hindurchgehen. In diesem Fall der vollkommenen Auslöschung des Strahls S_1 tritt das oben bereits erwähnte Minimum am schärfsten auf und bewirkt eine scheinbare Verdopplung des Streifensystems, wie sie durch die Intensitätsverteilung (Fig. 2) veranschaulicht wird.

Dieser neuauftretende Doppelstreifen ist nun, wie Sorge nachgewiesen hat, besonders empfindlich gegen jegliche Elliptizitätsänderung des einfallenden Lichts und kann somit als gutes Kriterium für die beabsichtigte Messung dienen. Außerdem läßt sich vermöge dieser Methode die Drehung der Polarisationsebene des einfallenden

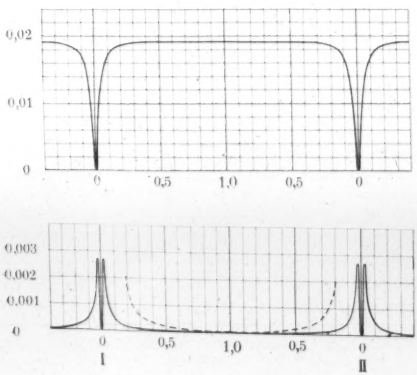


Fig. 2.

Strahls vollkommen exakt trennen von der Elliptizität, was bei anderen Verfahren sehr schwer erreichbar ist. Durch eine auftretende Elliptizität wird nämlich der Verdopplungsstreifen zu den in ihrer Lage vollkommen von jeglichem Polarisationszustand unabhängigen Streifen I und II verschoben, während die Drehung der Polarisationsebene die Lage des Streifens nicht verändert, sondern nur eine allgemeine Helligkeit über das Phänomen überlagert, welche durch Drehung des Analysators leicht ausgeglichen werden kann. Das Gesetz der Streifenverschiebung ist durch beifolgende Kurve gegeben (Fig. 3). Es ist dabei als Abszisse der Abstand des Ortes des Minimums vom Streifen I bzw. II angegeben, als Ordinate die Elliptizität des einfallenden Strahls. Man sieht, daß besonders bei kleinen Phasendifferenzen eine große Verschiebung des Streifens auftritt, und zwar

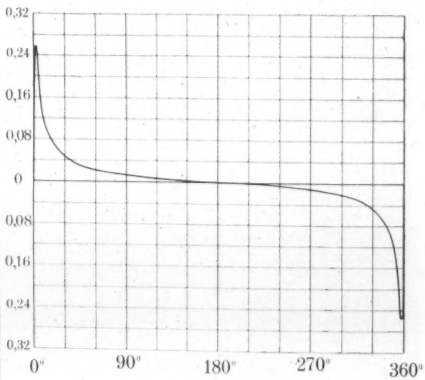


Fig. 3.

in dem Sinne, daß positive Elliptizität den Streifen nach links, negative dagegen den Streifen nach rechts verschiebt. — Mit welchen Hilfsmitteln die Verschiebung des Streifens am besten erkannt werden kann, werde ich bei der Erläuterung des Apparats genauer angeben.

Anordnung des Versuchs.

Unter Verwendung der eben beschriebenen Streifen wurden die Versuche in folgender Weise ausgeführt:

Von einer Quecksilberlampe Q wird das Licht durch eine Linse L_1 auf den Spalt S_1 eines Monochromators geworfen, welcher zwei Prismen mit konstanter 90° Ablenkung enthält und sein Spektrum auf dem Spalt S_2 entwirft.

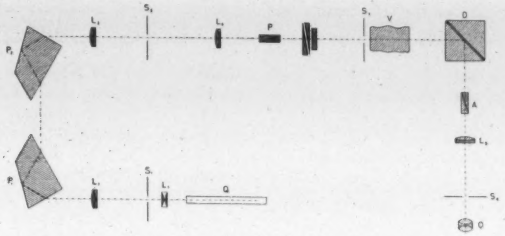


Fig. 4.

Durch diesen Spalt werden die Strahlen bestimmter Wellenlänge (für meine Versuche das Licht der grünen Quecksilberlinie $\lambda = 546\ \mu\mu$) ausgeblendet. Vom Spalt S_2 gelangen die Strahlen zur Linse L_3, durchsetzen den Polarisator P, den Soleil-Babinetschen Kompensator und das zu untersuchende Glasstück Y, aus welchem gegebenenfalls eine kleinere Partie durch die Blende S_3 ausgesondert wird. Die Strahlen gelangen sodann zu der Prismenkombination D, von dort durch den Analysator A und die Objektivlinse des Okularrohrs, in deren Brennebene gleichzeitig mit dem scharfen Spaltbild die Interferenzstreifen entstehen, deren Gesetze soeben angegeben worden sind.

Apparat.

Da mit diesem Apparate eine Reihe großer Objektivscheiben auf ihren Spannungszustand bzw. auf die Verteilung der Spannung ausgemessen werden sollten, so ergab sich daraus eine Konstruktion, welche auf den ersten Blick etwas unrationell erscheint. Es mußte nämlich, um die Messung hinreichend großer Scheiben (bis 30 cm Durchmesser) zu ermöglichen, der Polarisator von dem Analysator wenigstens 40 cm

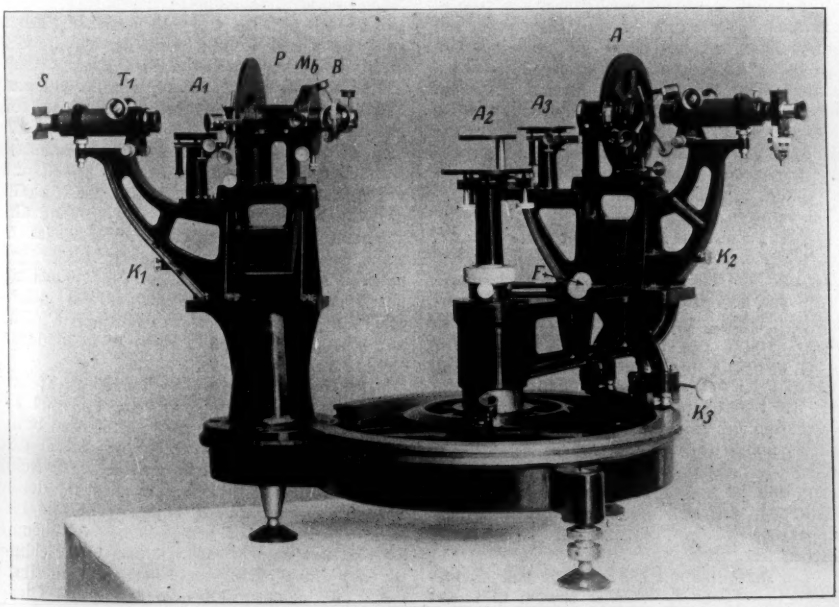


Fig. 5.

entfernt sein. Überdies mußte die Höhe, um welche der Prismentisch bzw. der Träger der Scheibe verstellt werden konnte, wenigstens 20 cm hoch sein, so daß die Achse im Verhältnis zu Analysator und Polarisator bzw. zu den Fernrohren sehr tief gelegt werden mußte.

Der Apparat ruht auf einem gußeisernen Fuß, welcher mit Horizontierungsschrauben versehen ist. Auf einem Anguß dieses Fußes steht fest eine Säule, welche Kollimatorrohr, Polarisator und den Soleil-Babinetschen Kompensator trägt. Das Kollimatorrohr ist mit verstellbarem Spalt S versehen, das Objektiv ist in besonderem Rohr gefaßt, das sich mit Trieb T_1 in dem äußeren Rohr verschieben läßt. Hinter dem Fernrohr ist ein Tischchen A_1 vorgesehen, auf welchem ein Gradsichtprisma Aufstellung finden kann. Zur Justierung des Prismas ist der Tisch A_1 mit Hilfe zweier Schrauben und einer Druckfeder horizontierbar und zur Einstellung auf eine bestimmte Farbe kann der Tisch mittels Schneckentriebs um seine Achse gedreht werden. Bei der großen Entfernung von Kollimatorrohr und Okularrohr erweist sich die Einschaltung von Blenden nur in seltenen Fällen als notwendig, da schon die Teile des Apparats die nötige Ausblendung bewirken.

Für sehr genaue Messungen ist es jedoch, um jede Spur fremden Lichts abzuhalten, ratsam, einen vom Apparat getrennten Monochromator zu verwenden. Für die später zu beschreibenden Messungen an kleinen gekühlten Glasstäbchen habe ich die Verwendung eines Monochromators vorgezogen, da in diesem Falle die Messungen als solche außerordentlich schwierig waren und auch die Lichtstärke sehr gering war, so daß ich nach Möglichkeit Nebenlicht vermeiden mußte.

Der Polarisator P_1 und der Soleil-Babinetsche Kompensator B mit seinem Azimutalkreis Mb sind auf einer Achse befestigt, welche diese Teile aus dem Strahlengang herauszukippen gestattet. Durch einen konischen Zapfen K_1 ist dafür gesorgt, daß beim Zurückschlagen diese Teile wieder in ihre ursprüngliche Stellung gelangen. Es hat sich gezeigt, daß bei dieser Art der Befestigung, wenn die Achse gut eingeschliffen ist, eine Einstellungsänderung nicht wahrnehmbar war. In Anbetracht der Dimensionen des Apparats bietet diese Einrichtung aber eine so große Annehmlichkeit bei der Justierung, daß eine derartige Vorrichtung bei Apparaten großer Dimensionen stets anzustreben ist.

Der zur Aufnahme der zu prüfenden Objekte bestimmte Tisch A_2, welcher sowohl in Höhe als auch in seiner horizontalen Lage bequem justiert werden kann, ist mit der Achse durch einen Schraubring verbunden und kann durch Vorrichtung F fein verstellt werden. Der bewegliche Teil des Apparats (der Okularteil) ist, da eine Entlastung durch Gegengewicht bei der Größe der Massen äußerst schwierig war, und die Achse übermäßig belastet haben würde, bei K_3 durch Federn entlastet. Eben dort ist Klemmung und Feinverstellung vorgesehen. Auf dem durch eine Brücke mit der Achse verbundenen Unterbau erhebt sich der Träger für Beobachtungsfernrohr, Analysator A und ein verschiebbares Tischchen A_3. Das Beobachtungsfernrohr ist in gleicher Weise wie das Kollimatorrohr mit verstellbaren Objektiven versehen. Je nach Bedarf kann zur Messung ein Okularmikrometer oder ein Okularspalt besonderer Konstruktion benutzt werden, dessen Anwendung sich gerade bei den schwierigen Messungen als günstig erwies.

Der Analysator A ist, wie der Polarisator, zum Beiseitekippen eingerichtet und wird durch den konischen Zapfen K_2 in seiner Lage fixiert. Das Tischchen A_2, welches die zur Erzeugung der Interferenzstreifen dienende Prismenkombination trägt, ist in gleicher Weise wie Tischchen A_1 justierbar, außerdem ist der gesamte Tisch auf einer in Richtung der Achse des Okularrohrs verschiebbaren Schlittenführung aufgesetzt, so daß für die verschiedenen Farben stets die ersten Streifen nahe der Grenze der Totalreflexion beobachtet werden können.

Analysator- und Polarisatorteilkreis sind auf halbe Grade geteilt und gestatten mit Hilfe von Nonien eine Ablesung auf Minuten. Der für den Babinetschen Kompensator verwendete Azimutalkreis ist von Grad zu Grad geteilt und mit Nonius auf Zehntelgrad ablesbar, da für die vorgesehenen Messungen eine größere Genauigkeit nicht notwendig war; jedoch ist in einfachster Weise die Anbringung eines genaueren Kreises möglich. Der die Verstellung des Okularrohrs messende Kreis M ist gleichfalls mit Nonien auf Minuten ablesbar. Für sämtliche Nonien sind Lupen an besonderen Haltern vorgesehen.

Die Verstellungsschraube des Babinet hat eine Ganghöhe von $^1/_4$ mm, die Trommel ist auf 250 Teile geteilt, so daß eine Verschiebung von $^1/_{1000}$ mm ablesbar ist. An Stelle des Tisches ist einzusetzen eine Vorrichtung, welche zur Aufnahme großer Glasplatten dient, deren Spannungsgrad ermittelt werden soll. Sie besteht aus einer mit Längsteilung versehenen Schiene, auf welcher ein Schlitten verschiebbar ist, der ein Kreissegment darstellt. In ihm kann die in einer Fassung befindliche Glasplatte um ihre Mitte als Achse gedreht werden;

das Azimut kann dabei auf einer am Kreissegment angebrachten Teilung abgelesen werden (von 5^0 zu 5^0). Es können somit die zu messenden Glasplatten nach Polarkoordinaten abgetastet werden.

Justierung des Apparats.

Die Justierung wurde in der üblichen Weise bewerkstelligt. Es wurde zunächst die Auslöschungsstellung der Polarisationsprismen bestimmt, für welche die Beziehung $\alpha + \beta = c$ gilt, wo α die Polarisatorstellung, β die Analysatorstellung und c eine Konstante ist, deren mittlerer Fehler sich bei 10 Einstellungen zu 0,4′ ergab. Es wurde sodann das Azimut des Analysators bzw. des Polarisators gegen die Horizontale bestimmt. Dies geschah in der Weise, daß der Polarisator ausgeschaltet wurde und die unter dem Polarisationswinkel von einer gut planparallelen Platte reflektierten Strahlen beobachtet wurden. Die Einstellung auf Dunkelheit ergab die Horizontalstellung des Analysators. Nachdem die Prismenkombination eingeführt war, wurde der Polarisator so gestellt, daß seine Schwingungsebene unter 45^0 zur Horizontalen geneigt war, dann wurde der Analysator in der Lage schärfster Verdopplung festgestellt.

Es ergab sich nun, daß die Justierung des Kompensators am besten zu bewerkstelligen ist, wenn man mit Hilfe der Lummerschen Doppelringe am Apparat selbst die Justierung vornahm. Die Azimutseinstellung ergab sich mit äußerster Schärfe. Die Länge des Keiles läßt vier Auslöschungsstellungen zu. Für grünes Quecksilberlicht ergab sich im Mittel für diese

8,419 1,703 — 5,031 — 11,762.

Es ergibt sich somit für die Keillänge, die einer Gangdifferenz von einer Wellenlänge des grünen Quecksilberlichts entspricht

6,716 6,734 6,731,

also im Mittel **6,727** $\pm$ 0,005. Die hierfür benutzten Messungen wurden an verschiedenen Tagen und nach Neujustierung des Kompensators wiederholt ausgeführt.

Die große Abweichung der ersten Zahl von den beiden anderen ist wahrscheinlich auf einen Fehler des Keiles zurückzuführen, da der mittlere Fehler der einzelnen Maßreihen nur $\pm$ 0,003 betrug und ein Fehler der Schraube von entsprechender Größe nach Messungen mit anderen Wellenlängen nicht wahrscheinlich war. Temperaturänderungen änderten die Lage des Nullpunkts, dagegen blieb die Kompensatorkonstante merklich unbeeinflußt. Sind die Variationen der Spannung innerhalb des beobachteten Querschnitts erheblich, wie bei den später zu erwähnenden Messungen an kleinen, stark gespannten Glasstäbchen, so sinkt die Genauigkeit der Einstellung, da sich bei der in diesem Falle eintretenden Strahlenkrümmung und der noch restierenden Elliptizität eine allgemeine Helligkeit dem Phänomen überlagert. Immerhin ist auch bei einem Gangunterschied $(n_o - n_e)\,d = \lambda$ bei drei Einstellungen der mittlere Fehler erst 0,009, so daß auch bei ungünstigen Versuchsanordnungen der Einstellungsfehler nur etwa 0,15 Proz. der Wellenlänge betrug.

Ist die Spannungsdifferenz innerhalb des beobachteten Querschnitts klein genug, um mit großer Blende arbeiten zu können, so ist die Einstellung am besten in der Weise vorzunehmen, daß der Okularspalt auf die Breite des Kollimatorspaltbilds gebracht wird. Durch diese Begrenzung des Interferenzphänomens wird der Verdopplungsstreifen scheinbar schärfer. Die Intensitätsverteilung erscheint in dem Sinne geändert, daß die Intensität der dunkleren Partien scheinbar vergrößert ist, wie es die gestrichelte Kurve in Fig. 2 andeutet, deren Ordinaten im zehnfachen Maßstab der ausgezogenen Kurve dargestellt sind. Auftretende Elliptizität verschiebt den Streifen gegen die Spaltränder, eine Winkelablenkung des ganzen Phänomens gibt sich dadurch kund, daß das Bild des Kollimatorspalts gegen den Okularspalt sich verschiebt. Deckt der Okularspalt nur das halbe Gesichtsfeld, so ist diese prismatische Wirkung deutlich erkennbar und kann leicht durch Nachdrehen des Beobachtungsfernrohres eliminiert werden.

Beschreibung der Versuche.

Um über die Verteilung der Spannung in Glasstücken klar zu werden, habe ich zuerst einige große Scheiben in der Weise gemessen, daß die Spannung in einer großen Zahl von Punkten bzw. Zonen mit Hilfe der vorher beschriebenen Anordnung bestimmt wurde. Da nun von Punkt zu Punkt sowohl Größe als Achsenlage variiert, so versuchte ich zunächst, die Messung in der Weise auszuführen, daß bei feststehendem Polarisatorazimut von 45^0 für jede Stelle der Platte zwei Messungsreihen ausgeführt wurden, deren eine bei einem Babinetazimut von 45^0 gegen das Polarisatorazimut, deren andere bei einem Babinetazimut von $22^1/_2{}^0$ ermittelt wurde. Es läßt sich daraus in verhältnismäßig einfacher Weise sowohl Achsenlage als auch Größe der Spannung ermitteln, jedoch mit dem einen Nachteil, daß die Werte für die Spannung sich nicht eindeutig ergeben. Fällt nämlich die Schwingungsrichtung des Polarisators mit der Schwingungsrichtung eines durch das Versuchsobjekt gehenden Strahles zusammen, so wird bei jedem Azimut des Babinetschen Kompensators die Messung den Wert o ergeben, auch wenn an dem betreffenden Punkte eine

endliche Spannung existiert. Man erhält also im allgemeinen nicht das direkte Spannungsbild der Platte, sondern man mißt den richtigen Spannungswert nur für diejenigen Zonen, in welchen die Achsenlage um 45° von der Schwingungsrichtung des Polarisators oder Analysators sich unterscheidet. Wie bekannt, liegt das schwarze Kreuz bei einer gespannten Platte an denjenigen Stellen, wo die Schwingungsrichtung der das Versuchsstück durchsetzenden Strahlen mit derjenigen von Analysator oder Polarisator koinzidiert. Es zeigte sich, daß an denselben Stellen mit Hilfe des Apparats, im parallelen Licht gemessen, ebenfalls die Spannung o sich ergibt, was jedoch nach dem oben Angeführten nicht richtig ist, da bei Drehung der Nicols sich das schwarze Kreuz mit der Schwingungsebene der Nicols dreht.

Es war bei diesen Messungen die Platte stets nur parallel zu sich selbst in ihrer Ebene verschoben worden, und zwar in der Weise, daß die Platte in ein quadratisches Netz eingeteilt worden war, dessen Quadratseiten je 2 cm betrugen. Dabei mußte natürlich in 2 um ca. 45° gegen die Horizontale geneigten Graden bzw. Hyperbelästen die Schwingungsrichtung in der Platte mit der durch Analysator und Polarisator festgelegten Schwingungsrichtung koinzidieren, was bewirkte, daß eben an den gleichen Stellen, wo im konvergenten Licht die Spannung o war, diese auch bei der Messung im Apparat sich im gleichen Werte ergab. Es mußte mithin die Messung nach einem anderen Verfahren durchgeführt werden, das, wenn irgend möglich, ohne Umrechnung ein diskutierbares Maß für den in der Platte vorhandenen Spannungszustand ergab. Es zeigte sich nun bei weiteren Messungen, daß die in einer kreisförmigen Platte vorhandene Spannung wenigstens in den äußeren Partien eine nahezu kreisförmige Verteilung besitzt, wenn die Platte bereits in dieser Kreisform gesenkt wurde. Es ergibt sich also folgendes:

Soll der Spannungszustand an irgendeiner Stelle einer kreisförmig begrenzten Platte exakt bestimmt werden, so muß bei feststehendem Kompensator die Platte in ihrer Ebene um diesen Punkt gedreht werden und die größte sich ergebende Spannung bzw. die größte sich ergebende Kompensatorablesung gibt den Spannungsgrad, während die Achsenrichtung an der gemessenen Stelle parallel den Hauptschwingungsrichtungen des Kompensators bei größter Ablesung sind.

Da eine derartige Vorrichtung jedoch für größere Platten, wie sie bei der Ausmessung des Apparats wesentlich in Frage kommen, eine zu große Komplikation bedeutet und überdies die Messung sehr langwierig würde, so wurde für die Messung ein Näherungsverfahren benutzt, welches sich in folgender Weise charakterisieren läßt.

Da, wie bereits eben bemerkt, die Spannung in kreisförmig gesenkten Platten nahezu kreisförmige Verteilung zeigt, und die Schwingungsrichtungen an jeder Stelle der Platte infolgedessen nahezu radial und tangential liegen, so ergibt sich daraus, daß man wenigstens am Rande den richtigen Spannungswert erhält, wenn die Platte so orientiert wird, daß ihre Radien bzw. die Tangenten mit den Schwingungsrichtungen des Kompensators zusammenfallen, welche ihrerseits einen Winkel von 45° mit denen des Polarisators bzw. Analysators bilden. Ich ordnete also die Platte derartig an, daß die Messung stets längs eines Durchmessers ausgeführt wurde, wobei die Schwingungsrichtung des Kompensators horizontal bzw. vertikal gelegt war. Wie das nach dieser Methode erhaltene Spannungsbild ergibt, ist in der Tat die Verteilung der Spannung nahezu konzentrisch, jedoch zeigt sich bei fast jeder Platte in der Mitte eine

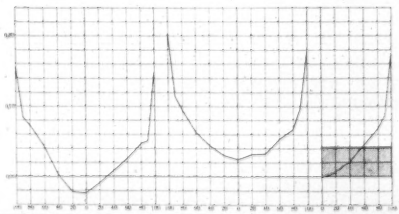


Fig. 6.

merkliche Abweichung, so daß die nach dieser Methode auf Grund der Messungen konstruierten Spannungsbilder dem Interferenzbilde eines zweiachsigen Kristalls sehr ähnlich sind.

Am günstigsten ist die Darstellung in der Weise, daß längs zweier zueinander senkrechter Durchmesser gemessen wird, welche dadurch gekennzeichnet sind, daß sie der Achsenebene eines zweiachsigen Kristalls bzw. der dazu senkrechten Ebene entsprechen. In dieser Weise dargestellt, ergeben sich für eine Platte (5672) von 220 mm Durchmesser und 34 mm Dicke die zwei beifolgenden Kurven (Fig. 6) und aus ihnen die mittlere Spannungsverteilung längs eines Radius. Für eine weitere Platte (5312) von 39 mm Dicke und 24 cm Durchmesser ergeben sich die in Fig. 7 dargestellten Kurven. Es zeigt sich, daß gegenüber der Platte 5672 ein merklicher Unterschied vorhanden ist, insofern, als letztere Platte eine Spannungsverteilung besitzt, bei der die Spannung von der Mitte zum Rande verhältnismäßig schnell und gleichmäßig zunimmt, während bei Platte 5312 eine mittlere

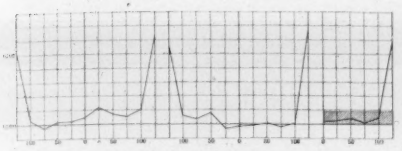


Fig. 7.

Zone von ca. 20 cm Durchmesser als praktisch spannungsfrei zu betrachten ist, und nur die Randzone einen merkbaren Betrag aufweist. Um nun für die Platten einen vollkommen definierten Spannungswert geben zu können, sei derjenige Wert als mittlere theoretische Doppelbrechung der Platte definiert, der durch Gleichung

$$S_0 = \frac{\int S_v \, dv_v}{R}$$

dargestellt ist, wobei S_v die zu dem Längenelement dv_v des Radius gehörige Doppelbrechung bezeichnet.

Es folgt für diesen Wer bei Platte 5672:

$$S_0 = \frac{0{,}042}{6{,}727} \cdot \frac{0{,}000546}{34} = 1{,}0 \cdot 10^{-7},$$

während für die Platte 5312 folgt:

$$S_0 = \frac{0{,}017}{6{,}727} \cdot \frac{0{,}000546}{39} = 0{,}35 \cdot 10^{-7}.$$

Platte 5312 ist besonders gut gekühlt, Platte 5672 entspricht der normalen „Fernrohrkühlung“ und ist für die meisten Zwecke noch ohne Nachteil verwendbar.

Abhängigkeit der Spannung von der Temperatur.

Um über den Einfluß des Kühlprozesses auf die verschiedenen zu optischen Zwecken benutzten Gläser ein Bild zu gewinnen, wurden von Herrn Zschimmer[1]) eine Reihe von Stäbchen aus verschiedenen Gläsern in vollkommen gleicher Weise hergestellt. Die Länge der Stäbchen betrug durchgehends 24 mm, ihre quadratische Begrenzungsfläche war 3,8 × 3,8 mm. Diese Stäbchen wurden, wie Zschimmer in seiner Arbeit beschreibt, auf bestimmte Temperaturen erhitzt und in dieser Temperatur entspannt, was sich durch Beobachtung zwischen gekreuzten Nicols sehr leicht feststellen ließ und sodann in ein mit Asbesttonmasse emailliertes Drahtkörbchen in Luft ausgestoßen und geschüttelt. Leider ließ sich die anfangs vorgesehene Form des Zentimeterwürfels nicht verwenden, da bei dieser Größe ein Springen bei etwas höher Härtungstemperatur unvermeidlich war.

Um bei den Stäbchen einen bestimmten Wert für die Spannung zu erhalten, die durch den schnellen Temperatursturz erzielt wurde, wurden die Versuchsstücke in vier Ecken in der Weise gemessen, daß an den Ecken Zonen von je 1 qmm Größe ausgeblendet wurden, und der Mittelwert der an den vier

Typ. (Schmelze)	Versuchs-stück	Temp. der Härtung	Spannung (Kompensator-ablesung)
O. 2994 (5770)	22	675,7	4,440
	21	629,3	0,411
	23	601,2	0,141
	20	563,2	0,158
O. 3453 (5903)	27	541,8	—
	25	499,8	1,433
	24	460,0	0,258
	26	406,1	0,084
O. 118 (6280)	28	511,8	7,191
	29b	473,0	4,463
	29a	472,0	3,986
	30	427,0	1,048
	31	379,0	0,396
	66	301,5	0,159
	68	261,6	0,100
	67	243,4	0,065
	69	243,0	—
	70	202,4	—
O. 3832 (6293)	35	581,9	6,122
	32	550,6	1,582
	33	513,3	0,332
	34	488,8	0,220
O. 3439 (5591)	36	540,5	8,631
	37	506,0	4,739
	38	466,5	1,388
	39	403,7	0,167
O. 2122 (5847)	41	697,2	—
	40	665,0	2,385
	42	634,4	0,721
	44	604,3	0,199
	43	559,3	0,121
O. 3199 (4668)	47	579,9	8,800
	45	531,3	1,990
	46	490,7	0,451
	48	456,9	0,205
O. 203 (6335)	57	611,8	10,070
	56	591,5	7,420
	55	558,2	6,360
	54	533,0	1,860
	58	513,8	1,195
	59	482,5	0,443
O. 340 (5476)	65	512,3	—
	62	493,5	—
	60	462,5	1,744
	61	411,5	0,504
	63	379,0	0,264
	64	305,0	0,118
O. 378 (5961)	72	551,7	—
	71	519,5	—
	73	473,1	1,494
	74	422,4	0,525
O. 102 (6209)	77	529,5	6,520
	76	500,4	5,135
	75	470,2	2,468
	78	402,6	0,428
S. 386 (S. 350)	168	514,9	—
	165	481,2	— 10,582
	163	451,2	— 3,068
	164	415,1	— 0,292

1) E. Zschimmer, l. c.

Ecken sich ergebenden Spannung als Spannungswert für das Stück angegeben wurde. Es ergab sich auf Grund der Spannungsfigur dann der günstigste Wert, wenn die Schwingungsrichtungen von Analysator und Polarisator zu den Kanten des Quadrats parallel lagen und die Kompensatorschwingungsrichtungen unter 45^0 zur Polarisator- bzw. Analysatorschwingungsrichtung lagen. Für einige der untersuchten Gläser folgten die in der vorhergehenden Tabelle dargestellten Resultate, welche einer weiteren Erläuterung wohl nicht bedürfen. Diese Zahlenwerte sind in den Fig. 8—11 für einige Gläser

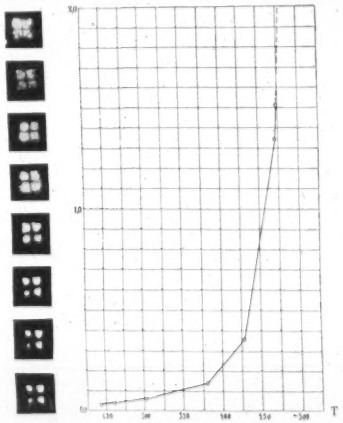


Fig. 8.

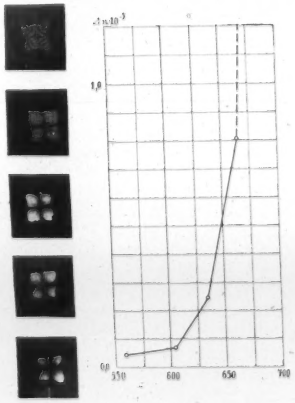


Fig. 9.

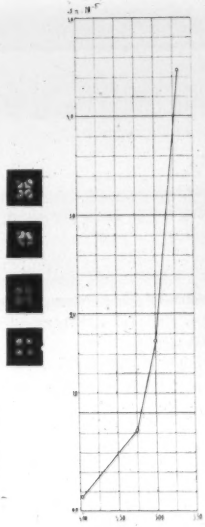


Fig. 10.

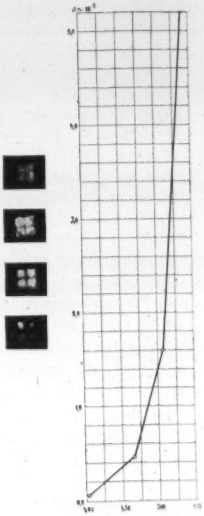


Fig. 11.

graphisch dargestellt; dabei sind die gemessenen Spannungswerte bereits auf die Differenz der Hauptberechnungsindizes umgerechnet. Gleichzeitig sind die Spannungsbilder der Glasstäbchen in den Figuren gegeben. Es zeigt sich dabei, daß der Verlauf der Kurven im wesentlichen den Charakter einer Hyperbel trägt.

Bei der durch die meisten Angaben festgelegten Kurve für das Glas O. 118 wurde versucht, die Gleichung dieser Kurve aufzustellen, Es zeigte sich, daß mit Ausnahme der höchsten Härtungstemperatur die Übereinstimmung eine sehr gute war, wenn als Gleichung der Kurve

$$(T_0 - T)\,(S + S_0) = c$$

angenommen wurde, wobei die Konstanten T_0, S_0, C die Werte 490,85, 0,277, 84,6 besaßen. Es würde sich hiernach ergeben, daß für eine bestimmte Temperatur, die sich als Schnittpunkt der Kurve mit der Abszissenachse charakterisiert, die Spannung o eintreten müßte. Ist also der Körper bei dieser Temperatur spannungsfrei, so würde eine beliebige vorübergehende Temperaturerniedrigung keinerlei bleibende Spannungen hervorrufen können, ebenso wie eine vorübergehende Erhitzung, welche unterhalb dieser Temperatur liegt, nicht Veranlassung zu einer bleibenden Spannung bzw. Entspannung in endlicher Zeit geben kann.

Nach der Vorstellung von Maxwell bestehen die Körper aus Molekülgruppen ver-

schiedener Art. Die ersten Gruppen haben eine derartige Elastizitätsgrenze, daß unter dem Einfluß einer elastischen Verschiebung ein Teil der Gruppen aufbricht und sich umlagert, während andere so fest sind, daß sie bestehen bleiben. Unterhalb oben erwähnter Temperatur, die ich der Kürze halber die Grenztemperatur der remanenten Doppelbrechung nennen möchte, wären nur Gruppen der zweiten Art anzunehmen. Nach beliebiger Temperaturänderung unterhalb der oben definierten Grenztemperatur würde also beim Rückgang auf die Ausgangstemperatur stets wieder derselbe Zustand eintreten müssen. Oberhalb der Grenztemperatur dagegen werden Gruppen auftreten, welche geringere Formelastizität besitzen, so daß der Körper bei der Erhitzung auf eine oberhalb der Grenztemperatur liegende Temperatur in seinem Innern Strukturänderungen erfährt, die beim Rückgang auf die Ausgangstemperatur sich nicht mehr ausgleichen, so daß eine neue Spannung im Körper eintritt. Diese Grenztemperatur würde also typisch sein für die verschiedenen Körper. Leider ist, wie aus der Betrachtung der Fig. 12 hervorgeht,

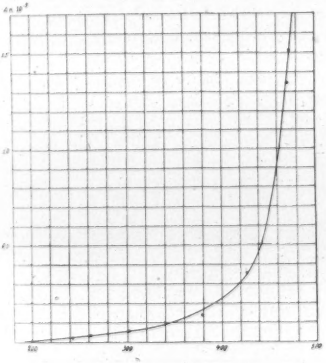


Fig. 12.

die Bestimmung dieser Grenztemperatur nicht mit hinreichender Genauigkeit möglich. Es ist dies darauf zurückzuführen, daß die geringen Spannungswerte, entsprechend tiefen Härtungstemperaturen, zunächst mit prozentual großen Fehlern behaftet sind. Ferner ist auch gemäß der Herstellung der Versuchsstücke für diejenigen mit geringer Spannung noch dadurch ein Fehler möglich, daß eine geringe bei der vorhergehenden Entspannung zurückbleibende Doppelbrechung einen merklichen Einfluß auf die durch den Abkühlungsprozeß erzeugte Doppelbrechung ausübt. Nach einigen Beobachtungen ist anzunehmen, daß der Schnittpunkt der Hyperbel mit der Abszissenachse erst bei tieferen Temperaturen zu suchen ist.

Setzt man die Gültigkeit des Hookeschen Gesetzes auch für die durch den Härtungsprozeß, also durch einen thermischen Einfluß hervorgerufene Spannung voraus, so muß sein

$$S = E \cdot D,$$

wobei D die durch den Härtungsprozeß hervorgerufene Deformation, E der Elastizitätskoeffizient und S die innere Spannung ist, welche der optischen Doppelbrechung proportional ist. Die Deformation, die durch den Härtungsprozeß hervorgerufen wird, wird nun um so größer sein, je höher die Härtungstemperatur ist. Man kann nun auf Grund der Maxwellschen Anschauung, wenn N_1 die Anzahl der permanenten Moleküle, N_2 die Anzahl der deformierbaren Moleküle in der Volumeinheit darstellt, die auftretende Deformation proportional der Anzahl der bei der Härtungstemperatur vorhandenen variablen Moleküle N_2 setzen, also

$$D = \frac{a N_2}{N_1},$$

solange während des Kühlprosesses eine Umwandlung beider Molekülgruppen ineinander nicht stattfindet, also die Relaxationszeit so groß ist, daß die Abkühlungszeit ihr gegenüber zu vernachlässigen ist, was so lange erlaubt ist, als der Körper sich nicht merklich erweicht.

Es nimmt nun mit zunehmender Temperatur die Anzahl der variablen Moleküle zu, bis bei einer Temperatur T_0, welche der Erweichungstemperatur entspricht, die Zahl N_2 die Gesamtzahl der Moleküle umfaßt. Nach den Beobachtungen von Reiger[1]) kann man nun für die Abhängigkeit der Molekülzahl N_2 von der Temperatur die Beziehung ableiten:

$$\frac{N_2}{N_1} = \frac{C_1}{T_0 - T} + C_2,$$

woraus sich dann ergibt:

$$S = E\,a\left(\frac{C_1}{T_0 - T} + C_2\right)$$

oder

$$(S + S_0)(T_0 - T) = C,$$

wobei C als Konstante zu betrachten ist, solange die Relaxationszeit groß ist. In welcher Weise C von der Relaxationszeit abhängt, läßt sich zurzeit noch nicht entscheiden. Jedenfalls läßt sich schon jetzt aus den Versuchszahlen entnehmen, daß bei hohen Temperaturen die Konstante C in dem von der Theorie geforderten Sinne von der Relaxationszeit und somit von der Härtungstemperatur abhängt.

Die oben abgeleitete Formel gilt ihrer Natur nach zunächst nur für ein Volumelement. Da

1) Reiger, Inaug.-Diss. Erlangen 1901.

aber die hervorrufenden Ursachen für alle Volumelemente die gleichen sind, so ist der Konstante C für alle Volumelemente der gleiche Wert beizulegen. Wird nun an Stelle der von Ort zu Ort variierenden Drucke ein mittlerer Druck eingeführt, so muß die zugehörige mittlere Spannung durch die gleiche Beziehung gegeben sein. Auf eine strengere Ableitung der Formel werde ich an anderer Stelle zurückkommen.

Die durch die Asymptote bestimmte Temperatur würde folgende Bedeutung haben:

Ein Körper, welcher von dieser Grenztemperatur aus sehr schnell abgekühlt würde, würde eine Spannung annehmen, die ihrem Betrage nach als unendlich groß anzusprechen wäre. Es ist jedoch dieser Definition kein physikalischer Wert beizumessen, weil eine unendlich große Spannung nie auftreten kann. Es würde also besser im Einklang mit den Maxwellschen Anschauungen diese durch die Asymptote bestimmte Temperatur als diejenige aufzufassen sein, bei welcher sämtliche Moleküle des Körpers zu den oben angegebenen Molekülgruppen erster Art gehören, welche unter dem Einfluß irgendeiner elastischen Kraft sehr leicht eine Verschiebung bzw. Umlagerung erleiden; mit anderen Worten: die oben definierte Temperatur wäre als Erweichungstemperatur des betr. Glases anzusehen, bei homogenen Körpern als die Schmelztemperatur; jedoch ist der Einfluß der Relaxationszeit auch hier noch zu untersuchen.

Positive und negative Doppelbrechung.

Wie aus der S. 1025 abgedruckten Tabelle ersichtlich, ergibt sich für die Mehrzahl der untersuchten Gläser, daß durch die Spannung eine Doppelbrechung in einem und demselben Sinne hervorgerufen wird, d. h. daß das Deformationsellipsoid für alle Gläser die gleiche Form hat. Die Gesetzmäßigkeiten, welche diese Spannungswerte mit denen der chemischen Zusammensetzung der Gläser verbinden, sind nicht völlig durchsichtig und können auch infolge der verschiedenen Zusammensetzung der Gläser nur für bestimmte chemisch ähnliche Individuen erwartet werden. Es zeigt sich z. B., daß für die Bleigläser von niederem Bleigehalt O. 340, O. 378 und O. 118 die Abhängigkeit der Spannung vom Bleigehalte wesentlich verschieden ist von der, welche die übrigen Bleigläser O. 102, O. 41 und O. 198 zeigen. Betrachtet man die Konstante T_0, die asymptotische Temperatur, so zeigt sich, daß bis ca. 50 Proz. Bleigehalt ein Anstieg stattfindet, von ca. 50 Proz. an dagegen ein starker Abfall. Ein analoges Verhalten zeigt die Konstante C, nur daß der Umkehrpunkt bzw. das Maximum bei etwa 60 Proz. Bleigehalt eintritt.

Ein besonders charakteristisches Verhalten zeigt das Glas S 386; bei ihm liegen die durch die Spannung hervorgerufenen Gangunterschiede entgegengesetzt zu denen der übrigen Gläser. Während die übrigen Gläser als negativ doppelbrechend aufzufassen sind, ist Glas 386 als positiv doppelbrechend aufzufassen. Dieses Verhalten ist vollkommen analog dem, welches Pockels bei seinen Untersuchungen über die Abhängigkeit der Elastizitätskoeffizienten der Gläser von der chemischen Zusammensetzung machte. Auch er fand, daß bei einem schweren Spezialglas von ähnlicher Zusammensetzung positive Doppelbrechung eintrat, was sonst nur für Flußspat, Sylvin und einige zähflüssige, wohl kaum homogene Substanzen der Fall ist. Entsprechend der Folgerung von Pockels, daß infolge des Vorzeichenwechsels in der Doppelbrechung ein Glas existieren müsse, dessen Doppelbrechung für eine bestimmte Farbe bei beliebiger Deformation vollkommen verschwindet, müßte sich also auch ein Glas herstellen lassen, welches bei beliebigem Kühlprozeß für eine bestimmte Wellenlänge keine Doppelbrechung zeigt. Besonders beachtenswert ist hierbei, daß die Ursachen der Deformation sehr verschiedene sind: Pockels rief die Deformation durch einseitige Kompression hervor, während die hier betrachteten Deformationen ungleichförmig sind.

Es sind bereits Versuche ausgeführt worden, welche die Ermittlung der Abhängigkeit bezwecken, welche die empirische mittlere Doppelbrechung mit der äußeren Form des Versuchsstücks verknüpft. Leider sind die zu dem Zwecke hergestellten Glasstücke noch nicht befriedigend ausgefallen, so daß weitere Versuche in dieser Richtung noch nötig sind.

Der vorstehend beschriebene Apparat ist eigens für diese Untersuchungen in der optischen Anstalt C. P. Goerz konstruiert und hergestellt worden. Ebendort sind auch, wie bereits erwähnt, die optischen Untersuchungen durchgeführt.

Zum Schlusse sei es mir vergönnt, Herrn Geh. Rat Lummer für wertvolle Ratschläge betreffend die Konstruktion des Apparates auch an dieser Stelle meinen Dank auszusprechen.

Friedenau, Optische Anstalt C. P. Goerz, 14. Oktober 1912.

Diskussion.

Ebert: Ich möchte zunächst dem Herrn Vortragenden meine Bewunderung über den schönen Apparat aussprechen. Können Sie auch größere Stücke hineinbringen in das Feld und so orientieren, daß man die durch mechanische Kräfte hervorgerufenen Spannungen

untersuchen könnte? Sie haben hier interessante Ergebnisse über die thermische Wirkung in Gläsern mitgeteilt. Für die technische Mechanik hat es großes Interesse, auch die mechanische Spannungsverteilung zu untersuchen.

Schulz: Von einem österreichischen Ingenieur Hönigsberg ist das schon gemacht. Hier sollten diese Versuche ausgeführt werden, wenn erst die thermische Einwirkung studiert ist. Bei der Untersuchung der mechanischen Einwirkung auf Spiegel z. B. hat sich ergeben, daß bei einem bestimmten Druck eine dauernde Deformation stattfindet. Die Größe dieses Druckes ist noch nicht bekannt und muß erst ermittelt werden. Die erste Arbeit mußte natürlich auf einem Gebiet in Angriff genommen werden, das wenigstens teilweise durch andere Messungen kontrolliert werden konnte. Es bleiben daher noch viele Gebiete für die Anwendung des Apparates. Ich habe hier keine großen Scheiben eingesetzt. Ich könnte das machen und bin bereit, es den Herren, die sich dafür interessieren, zu demonstrieren.

v. Geitler: Ich möchte mir die Frage erlauben, ob bei der Lagerung der Scheibe in diesem Apparat nicht auch mechanische Doppelbrechung durch den Eigendruck der Scheibe auftritt, der sich der Spannung infolge der Kühlung überlagert.

Schulz: Bei Einsetzen großer Scheiben habe ich auch Änderungen durch mechanischen Druck konstatiert. — Bei der von mir benutzten Art der Beobachtung mißt man stets den Druck an zur Scheibe gleich orientierten Stellen (der Redner demonstriert am Apparat). Längs eines Kreisringes habe ich hier immer dieselbe Druckspannung, wenn man nicht gerade die Randpartien nimmt. Dort ist aber ihr Einfluß sehr gering, weil die thermische Spannung so groß ist, daß sie die Druckeinwirkung durch das Eigengewicht merklich überwiegt.

Gehlhoff: Ich möchte mir die Frage erlauben, ob Versuche darüber angestellt sind, ob die Zeitdauer der Abkühlung wirkt oder ob auch bei gewöhnlicher Temperatur Änderungen der Spannung eintreten.

Schulz: Was das Abklingen der Spannung bei Glasstücken betrifft, so ist schon lange die Bemerkung gemacht, daß lange gelagertes Glas sich besser eignet für größere optische Systeme als frisches. Damit stimmen auch meine Messungen überein, daß sämtliche Spannungswerte bei späterer Messung kleiner ausfallen, und zwar so viel kleiner, daß an Beobachtungsfehler nicht zu denken ist. Ich kann darüber noch nicht berichten, da ich diese Versuche bisher nur als Kontrollversuche betrachtet habe.

Everling: Bei dem zuletzt vorgeführten Diagramm, wo die Abhängigkeit der Spannung von der Länge des Glasstückes dargestellt wird, glaube ich bemerkt zu haben, daß die Punkte eher auf einer Parabel, als auf einer Geraden zu liegen scheinen. Ich möchte daher den Herrn Vortragenden fragen, ob eine Erklärung in diesem Sinne möglich ist.

Schulz: Ich habe schon gesagt, daß die beiden Punkte, die aus der Geraden herausfielen, nicht recht hineinpassen konnten, weil die Spannung bei dem einen Versuchsstück so gering war, daß durch geringe Meßfehler schon diese Änderungen eintreten konnten, und bei den andern war die Relaxationszeit bereits sehr klein. Überhaupt messe ich diesen Beobachtungen keine große Bedeutung bei, weil sie durchgeführt wurden, als der Ofen noch derartig war, daß die Gleichheit der Temperatur an verschiedenen Orten der Heizrohre noch der Kontrolle entbehrte. Wir müssen also diese Messungen noch wiederholen, und ich kann dies Resultat nur als vorläufig betrachten.

G. Hoffmann (Königsberg/Pr.), Über den direkten Nachweis der Ionisation des einzelnen α-Teilchens.

Das α-Teilchen radioaktiver Substanzen wird mit enormen Geschwindigkeiten aus dem Atomverband geschleudert, die wir aus seinem Verhalten im elektrischen und magnetischen Felde berechnen können. Um ein mit zwei Elementarladungen behaftetes, ruhendes Heliumatom zu ähnlichen Geschwindigkeiten anzutreiben, ist die Durchlaufung eines Potentialgefälles von mehreren Millionen Volt erforderlich. Es handelt sich also bei der Emission der α-Teilchen um recht beträchtliche Energiemengen, verglichen mit der lebendigen Kraft, die Korpuskeln im Kathodenfall einer Entladungsröhre erhalten[1]).

Die einfachste Methode, die Energie des einzelnen Teilchens sinnlich wahrnehmbar zu machen, sind die Szintillationen des Zinksulfids[2]). Zu einem sicheren Forschungsmittel ist diese Erscheinung erst durch den Nachweis geworden, daß jedes und nur jedes α-Teilchen ein Aufleuchten hervorruft. Dieser Nachweis wurde erbracht durch Rutherford und Geiger[3]),

1) J. Stark und G. Wendt, Ann. d. Phys. **38**, 921, 1912.

2) W. Crookes, Proc. Roy. Soc. **81**, 405, 1903; J. Elster und H. Geitel, diese Zeitschr. **4**, 439, 1903.

3) E. Rutherford und H. Geiger, diese Zeitschr. **10**, 1 und 42, 1909.

denen es gelang, das einzelne α-Teilchen durch seine Ionisation dadurch beobachtbar zu machen, daß sie die Ionisation in einem Raum erfolgen ließen, in dem durch Stoßionisation die primär vom α-Teilchen erzeugten Ionen vervielfacht wurden, so daß eine gut meßbare Elektrizitätsmenge jedes α-Teilchen markierte: die nach dieser elektrischen Methode bestimmte Zahl der von einem gegebenen Präparat in der Zeiteinheit emittierten α-Teilchen ergab sich innerhalb der Versuchsgenauigkeit identisch mit der aus den Szintillationsmessungen hervorgehenden Zahl. Szintillationsbeobachtungen haben seitdem eine Fülle wertvoller Erkenntnis gebracht; sie setzen freilich ein geschultes Auge voraus.

Für manche Zwecke kann die subjektive Beobachtung durch die Registrierung der Wirkung einzelner α-Teilchen auf der photographischen Platte[1]) ersetzt werden.

Eine interessante Methode zur Erkennung einzelner α-Teilchen durch die Erzeugung von geladenen Nebelteilchen ist kürzlich von Regener[2]) angegeben.

Es lassen sich ferner die zeitlichen Veränderungen des Sättigungsstromes, die Schweidlerschen Schwankungen[3]), zu Schlüssen über die Ionisation des einzelnen Impulses verwerten. Eine Arbeit, die die Zählung der Impulse durch die Größe der Schwankungen im Falle der α-Ionisation von Polonium zum Ziel hat, ist von v. Schweidler und Kohlrausch veröffentlicht[4]).

Bei diesen Versuchen zeigte sich, daß das benutzte Einfadenelektrometer nach Elster und Geitel die einzelnen α-Teilchen mit kurzen ruckweisen Bewegungen merklich machte. Mit einem noch empfindlicheren Elektrometer kann diese stoßweise Ionisation in recht deutlicher Weise demonstriert werden. Messungen über die Größe der Ladungsstöße einzelner α-Teilchen enthält eine Publikation vom April dieses Jahres[5]). Die damals in Aussicht gestellte verbesserte Konstruktion wird heute hier benutzt.

Die einfache Versuchsanordnung entspricht der Fig. 1. Die α-Teilchen des Präparates P treten durch einen engen Kanal in das kegelförmig gestaltete kleine Ionisationsgefäß, welches unmittelbar auf dem Elektrometer sitzt und auf eine Spannung von einigen Volt geladen wird. Vom Instrument ist die obere Platte mit dem Bernsteinisolator B angedeutet. B trägt den spannungsempfindlichen Körper, bestehend aus: dem Auffangestift A, der Kontaktvorrichtung K, dem Wollastonedraht W und der Nadel N, deren Drehung innerhalb der aus zwei Hälften zusammengesetzten Dose D durch den Spiegel S beobachtet werden kann[1]). Es ist nun für das Funktionieren des Apparates durchaus wesentlich, und ist besonders hervorzuheben, daß der ganze spannungsempfindliche Körper in sich

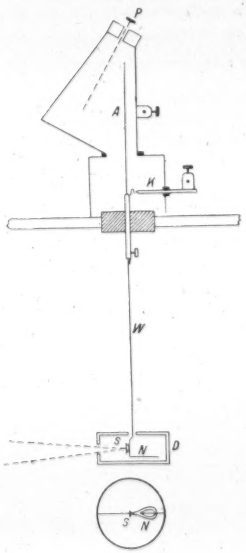


Fig. 1.

verlötet oder fest verschraubt ist. Aus diesem Grunde ist auch für die Nadel Platiniridium als Stoff gewählt, welches sich als Edelmetall besonders leicht verarbeiten läßt. Erst auf diese Weise ist vollkommene Gleichheit des Potentials aller Teile gewährleistet.

Da ferner alle Lufträume, die den spannungsempfindlichen Körper umgeben, soweit sie nicht notwendig sind, schädlich sind, sind sie auf ein möglichst kleines Maß reduziert; der Apparat ist gedrungen gebaut, und im Innern des Elektrometers ist, was in der Fig. 1 fortgelassen ist, mit geerdetem Messing so dicht an den zen-

1) Kinoshita, diese Zeitschr. **10**, 775, 1909; M. Reinganum, diese Zeitschr. **12**, 1076, 1911.
2) E. Regener, Verh. d. D. Phys. Ges. **14**, 401, 1912.
3) E. v. Schweidler, Premier Congrès internat. pour l'étude de la Radiol. et d'Ionisation 1905.
4) K. W. F. Kohlrausch und E. v. Schweidler, diese Zeitschr. **13**, 11, 1912.
5) G. Hoffmann, diese Zeitschr. **13**, 480, 1912.

1) Die beiden Dosenhälften werden durch Abzweigen von Widerständen auf geeigneten Potentialen gehalten, die eine positiv, die andere negativ gegen die Nadel (gesamte Spannungsdifferenz 10 bis 50 Volt, vgl. die Beschreibung vom April 1912).

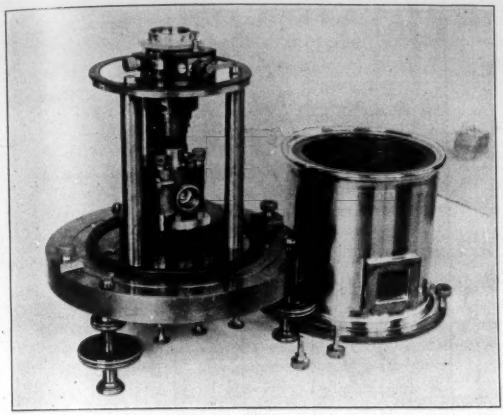


Fig. 2.

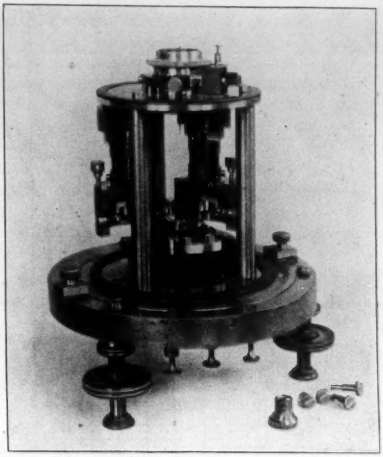


Fig. 3.

tralen Teil herangegangen, wie die Rücksicht auf die Kapazität es gestattet.

Der Aufbau des Instrumentes ist durch die Absicht geleitet, bequeme Zugänglichkeit mit Sicherung der inneren Dose gegen Luftströmungen, als Folge von Temperaturdifferenzen und Änderung des Luftdrucks, und gegen mechanische Lageveränderungen zu verbinden.

Das äußere Gehäuse bewirkt durch Gummidichtung mit Verschraubung einen luftdichten Abschluß. Nach Entfernung dieses Mantels ist noch einmal alles innen abgeschlossen. Die Sicherung des mittleren Teiles gegen Temperaturdifferenzen ist so ausgeführt, daß er nach oben und unten durch Hartgummi wärmeisoliert ist, und dann mit einem 7 mm dicken Kupfermantel bewehrt

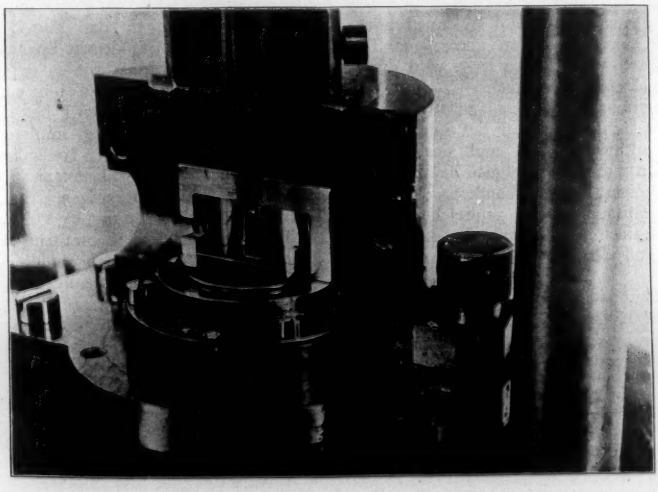


Fig. 4.

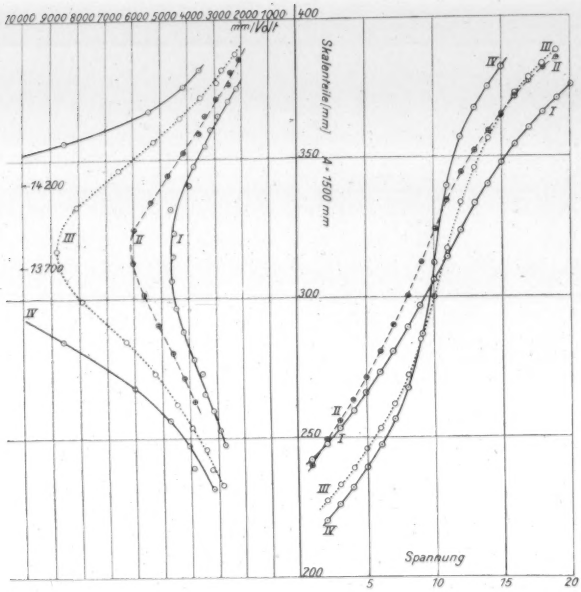


Fig. 5.

ist, dessen Teile gut gepaßt und verschraubt sind. Fig. 3 zeigt das Innere geöffnet; die einzelnen Teile der Dose sind, durch Hartgummi isoliert, an die Teile des Mantels angeschraubt. Die Dose besteht aus Kupfer und ist innen hochglanz poliert und mit Platin überzogen. Die Lagerung des Systems in der Dose wird durch das letzte Bild (Fig. 4) deutlich.

Bei Verwendung einer Bogenlampe[1]) als Lichtquelle ist die Lichtmarke trotz des Spiegels von wenigen Quadratmillimetern und des Skalenabstandes von 7 m noch genügend deutlich. An der verschiedenen Art des Wanderns der Lichtmarke bei Ionisation durch zahlreiche β- und einzelne α-Strahlen ist die stoßweise Aufladung im zweiten Fall deutlich zu erkennen (Demonstration).

Die Empfindlichkeit des Instruments als Funktion der Hilfsspannung wird durch Fig. 5 gezeigt. Das System, mit dem diese Kurven aufgenommen sind, ist das hier verwendete: Gewicht ca. 4 mg, Durchmesser des Wollastonedrahtes 0,006 mm. Vertikal sind aufgetragen die Skalenteile (Millimeter, Skalenabstand 1,5 m); in der rechten Hälfte der Figur sind horizontal Potentialveränderungen der Nadel gegen die Dose aufgetragen, in kleinen Spannungsstufen, nach willkürlichem Maß, wie es durch die Veränderungen der Rheostaten um einzelne Einheiten gegeben wird. Von I bis IV wachsen die Empfindlichkeiten; der mittlere Teil der Kurve wird immer steiler. Im linken Teil der Figur sind die Empfindlichkeiten an verschiedenen Stellen der Skala aufgetragen. Sie gehen bei Kurve IV bis 14000 mm pro Volt[1]).

Eine eingehendere theoretische Betrachtung dieser Verhältnisse soll an anderer Stelle gegeben werden. Ich möchte nur anführen, daß eine einfache Beziehung für die Maximalempfindlichkeit (E_m) als abhängig von der Spannungsdifferenz der Dosenhälften (V) angenähert gilt:

$$E_m = \frac{aV}{q - bV^2},$$

dabei sind a und b Instrumentkonstanten, q ist

1) Diese wurde benutzt bei der Demonstration im Hörsaal. Dabei stand das Instrument auf dem Experimentiertisch und die Marke wurde nach einmaliger Reflexion an einem Hilfsspiegel auf einer Skala an der Wandtafel erzeugt. Der Einzelstoß bewirkte eine Bewegung von etwa 8 cm. Sonst genügt jeder Glühlampenfaden als Lichtmarke auf einer Mattglasscheibe.

1) Auch bei diesen hohen Empfindlichkeiten war die Einstellung noch schwingend im Lauf von 20 sec.

proportional der Direktionskraft der Suspension. Bei kleinen Werten von V besteht Proportionalität zwischen E_m und V; der Nenner wird durch die Direktionskraft bestimmt. Gleichzeitig ist die Empfindlichkeit über einen weiteren Bereich der Skala gleichmäßig. Bei wachsender Spannung tritt eine Art elektrischer Astasierung ein, die in einem mittleren Teil der Skala der Nadel eine sehr hohe Empfindlichkeit erteilt. Die beigefügten Kurven zeigen diesen Effekt sehr deutlich, sie sind mit einem relativ hohen Wert von q ausgeführt. Bei feinerer Suspension ist die Krümmung der Empfindlichkeitskurve bei gleichen Empfindlichkeiten geringer.

Das Instrument soll unter anderem zur Untersuchung der Ionisation der α-Strahlen verwandt werden. Über die Durchschnittsionisation vieler Teilchen sind wir eingehend informiert, über den Verlauf des Einzelvorgangs bleibt noch manche Frage. Aus den verschiedenen Arbeiten von Geiger[1]) wissen wir, daß beim Aufprall auf Moleküle das α-Teilchen bedeutende Ablenkungen vom geraden Wege erfahren kann, und die Versuche von Reinganum[2]) auf der photographischen Platte deuten auch auf Knicke in den Bahnkurven. Ist trotzdem die Ionisation kontinuierlich, bilden die Ionen eine einfache Reihe im Moment der Entstehung[3]) oder ist ein Teil der Ionisation sekundär und bilden die Ionen einen Hauptstamm mit Seitenästen? Diese Fragen grenzen an das komplizierte Gebiet der Sekundärstrahlen, auf dem besonders nach den neueren Arbeiten von Campbell[4]) noch viele Arbeit zu tun ist. Sind die Bildung der rund 50000 Ionen auf den Zentimeter Bahnlänge nicht ebenso viele unabhängige Ereignisse im Sinne der Wahrscheinlichkeitsrechnung, so muß eine merklichere Schwankung der Reichweite[5]) konstatierbar sein und auch Verschiedenheit in der Zahl der von einzelnen α-Teilchen gebildeten Ionen. Meine diesbezüglichen Messungen vom April zeigen bedeutende Schwankungen in den Ionenzahlen, aber die Unvollkommenheit der ersten Messungen mag daran schuld sein. Der Mittelwert ist freilich in guter Übereinstimmung mit Ergebnissen einer späteren Publikation von Taylor[6]).

Das beschriebene Elektrometer ist, glaube ich, für manche Untersuchungen geeignet. Es übertrifft das bisher an Ladungsempfindlichkeit erreichte um reichlich eine Zehnerpotenz[1]).

Der erzielte Fortschritt ist wesentlich mitbedingt durch die sorgfältige mechanische Arbeit unseres ostpreußischen Institutsmechanikers W. Prill, dessen fachgemäßer Rat bei der Konstruktion mancher Einzelheit den Ausschlag gegeben hat.

Bei der Durchführung der Empfindlichkeitsmessungen hatte ich in der teilnehmenden Arbeit von Herrn Studiosus C. Zieger sehr wertvolle Hilfe.

Diskussion.

Mie: Ich war leider beim Anfange des Vortrages nicht zugegen, aber soviel ich verstehe, handelt es sich um ein Elektrometer, das nach dem Prinzip des Einfadenelektrometers konstruiert ist. Die unangenehmste Eigenschaft des Fadenelektrometers ist, daß der Faden leicht durchreißt, wenn eine etwas zu große Spannung angelegt wird. Ist bei dem neuen Instrument dieser Nachteil beseitigt?

Hoffmann: Das ist hier der Fall, und das ist ein, glaube ich, wesentlicher Vorzug des Instruments[2]). Wenn Überspannung eintritt, dreht sich einfach der Haken in die Dose hinein. Dann ist er in einem vollkommen harmlosen Gebiet und kommt später ohne jeden Schaden wieder heraus.

Rubens: Ich möchte zunächst Herrn Hoffmann für die Konstruktion dieses nützlichen Instrumentes, welches gewiß einen großen Fortschritt darstellt, meine Anerkennung aussprechen. Was das Dolezaleksche Instrument anbelangt, so haben wir allerdings damit viel bessere Erfahrungen gemacht als der Herr Vortragende und bedeutend größere Empfindlichkeiten erzielt. Daß das aufgehängte System in dem neuen Elektrometer trotz seiner erheblichen Trägheitsasymmetrie nur so geringe Erschütterungen zeigt, ist auffallend. Ist die Dämpfung sehr groß?

Hoffmann: Wir haben hier einen Abstand des Systems von der Bodenfläche der Dose von

1) H. Geiger, Proc. Roy. Soc. **83**, 492, 1910; **86**, 235, 1912.
2) l. c.
3) Moulin, C. R. **148**, 1757, 1909.
4) N. Campbell, Phil. Mag. **23**, 46 und 462, 1912.
5) K. F. Herzfeld, diese Zeitschr. **13**, 547, 1912.
6) T. S. Taylor, Phil. Mag. **23**, 670, 1912.

1) Den Bau des Instruments hat die Firma E. Leybolds Nachf., Cöln, übernommen.

2) Anmerkung des Vortragenden bei der Korrektur: Im Vortrage wurde angegeben als Empfindlichkeit für Dolezalekelektrometer: 1 Volt = 3000 mm bei 1,5 m Skalenabstand; letzterer wurde gewählt, weil er auch bei dem hier beschriebenen Instrument stets verwandt wurde. Die Frage nach der erreichbaren Empfindlichkeit ist schwer befriedigend zu beantworten, es hängt zu sehr von den Umständen ab, unter denen das Instrument benutzt wird. Für das hier beschriebene Instrument in der neuen Ausführung sind die in der ersten Publikation im Eingange angegebenen Empfindlichkeiten leicht erreichbar. Die Nullpunktswanderungen scheinen mir noch geringer als dort angegeben.

1 mm. Die Schwingungen werden dadurch stark gedämpft, vermute ich.

Rubens: Das bei weitem empfindlichste Elektrometer ist unbedingt ein Staubteilchen oder Öltröpfchen in dem elektrischen Felde eines Kondensators. Mit einem solchen läßt sich bekanntlich ein einzelnes Elementarquantum nachweisen.

M. Wien: Herr Kollege Hoffmann fragte mich in diesen Tagen, ob ein empfindliches Elektrometer für hochfrequente Wechselströme von Bedeutung wäre. Das ist natürlich der Fall, besonders für ganz kurze Wellenlängen. Ich erinnere daran, daß Bjerknes seine Resonanzversuche mit dem Elektrometer anstellte, und man ist zum Teil aus dem Grunde von dem Elektrometer abgegangen, weil es früher noch keine so empfindlichen Elektrometer gab. Gegenüber dem Dolezalekschen hat dieses den Vorzug der kleinen Kapazität, die ja nur 5 cm beträgt, während das Dolezaleksche wohl nicht weiter heruntergebracht werden kann, als auf 30 bis 50 cm. Für Wechselströme kommt eine andere Empfindlichkeit in Frage, da man ja anders schalten muß. Darf ich fragen, wie da die Empfindlichkeit dieses Instrumentes sein würde?

Hoffmann: Zu eingehenderen Versuchen mit Wechselstromspannungen hatte ich noch keine Gelegenheit, doch denke ich Messungen in dieser Richtung bald auszuführen und dann darüber zu berichten.

Wien: Ich wäre dem Herrn Vortragenden dankbar, wenn ich die Resultate erführe, sie interessieren mich sehr.

Kaufmann: Ich möchte den Herrn Vortragenden bitten, zur Ergänzung der Vergleichung der Empfindlichkeit mit dem Dolezalekschen Elektrometer noch die Einstellungsdauer anzugeben.

Hoffmann: Es kommt auf eine Einstellungsdauer von einer Viertelminute.

Heydweiller: Wie erreichen Sie die wundervolle Dämpfung der Schwingungen? Das ist mir nicht klar geworden. Der Raum ist doch ziemlich groß.

Hoffmann: Das ist durch die Leichtigkeit des Systems bedingt, eventuell könnte man mit angesetzten Flügeln die Dämpfung noch vermehren. Mit Rücksicht auf die angegebenen Empfindlichkeiten des Dolezalekelektrometers möchte ich noch bemerken, daß sie sich auf die normale Ausführung von Bartels beziehen. Wenn irgendwelche Verbesserungen angebracht werden, findet man andere Werte. Aber die normale Form hat Empfindlichkeiten der angegebenen Größe, etwa 100 cm Kapazität, und bei 1,5 m Skalenabstand ein Volt = 3000 mm.

In englischen radioaktiven Arbeiten erinnere ich mich nicht, höhere Werte gelesen zu haben als hier angegeben. Meistens werden geringere Empfindlichkeiten benutzt.

Walter: Ich möchte noch gern etwas über die Gestalt des Ionisationsgefäßes hören.

Hoffmann: Das ist ein Kegel, an dem an der Seite ein Rohr angebracht ist. Die Auffangelektroden befinden sich hier so, daß der Kegel vollkommen frei ist.

Max Wien (Jena), Über die Anwendung von Luftresonatoren bei Telephontönen.

Bei der Verwendung des Telephons als Tonquelle oder als Stromanzeiger ist oft eine Verstärkung einzelner Schwingungen, z. B. des Grundtones oder einer der Obertöne, durch Resonanz erwünscht. Dazu kann man elektrische Resonanz anwenden oder, wie beim optischen Telephon und Monotelephon, die Platte einstimmen, oder man kann, wie im folgenden näher besprochen werden soll, einen Luftresonator zwischen Platte und Ohr einschalten.

Will man das Telephon als Tonquelle benutzen, so bildet man den Raum zwischen Platte und Gehäuse zu einem Helmholtzschen Resonator mit passender Öffnung aus[1]) (Fig. 1) oder

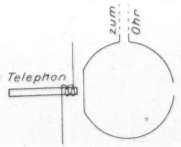


Fig. 1.

das Telephon wird durch einen Schlauch mit einem Helmholtzschen Resonator verbunden. Die Einstimmung solcher Resonatoren auf einen gegebenen Ton erfolgt am einfachsten durch Änderung der Öffnung mittels einer Irisblende.

Die Wirkung des Resonators läßt sich leicht zeigen (Demonstration an Telephontönen, die durch einen an Oberwellen reichen Wechselstrom eines Hartmann & Braunschen Magnetinduktors hervorgerufen wurden).

Etwas schwieriger liegt die Sache, wenn der Telephonton sehr schwach ist, z. B. bei Nulleinstellungen in der Wheatstoneschen Brücke. Dann muß man den Resonator durch einen Schlauch mit dem Ohr direkt in Verbindung setzen (Fig. 1, punktiert). Bei sehr schwachen Tönen stört dabei,

1) M. Wien, Wied. Ann. **38**, 838, 1889.

daß der Helmholtzsche Resonator durch seine Öffnung mit der Außenwelt in Verbindung steht und, falls nicht völlige Stille herrscht, fortwährend mehr oder weniger laut der Eigenton zu hören ist, so daß der zu untersuchende Ton nur als Verstärkung hinzukommt. Einpacken des Resonators in eine weite, mit Watte ausgepolsterte Kiste oder Schachtel vermindert diese Störung, und man kann bei tiefen Tönen den Helmholtzschen Resonator in dieser Art mit gutem Erfolg verwenden.

Bei hohen Tönen macht sich die Eigentümlichkeit der direkt mit dem Ohr verbundenen Lochresonatoren merklich, daß die Resonanz bei allzu kleinen Dimensionen des Resonators schlecht wird[1]). Von etwa 500 Schwingungen ab ist der Erfolg der Zwischenschaltung der entsprechend kleinen Resonatoren zwischen Telephon und Ohr nur noch gering.

Geschlossene Kugelresonatoren besitzen eine große Anzahl sehr hoher, scharf hervortretender Eigentöne. Die Theorie ist von Rayleigh[2]) und Thiesen[3]) ausgearbeitet; experimentell geprüft ist diese Theorie meines Wissens bisher noch nicht.

Rayleigh stellt die folgende Tabelle für die Eigentöne eines geschlossenen Kugelresonators auf, worin die Frequenz des tiefsten Eigentones gleich eins gesetzt ist. Für eine Kugel von 20 cm Durchmesser ist die Frequenz des tiefsten Eigentones $N_0 = 1134$. In der Tabelle bedeutet n die Ordnung der Kugelfunktion, k die Anzahl der kugelförmigen Knotenflächen:

N/N_0	n	k			N/N_0	n	k		
1,00	1	0	A	—	2,85	1	1	(A)	(B)
1,61	2	0	A	—	3,25	5	6	A	(B)
2,16	0	0	—	B	3,50	2	1	(A)	(B)
2,17	3	0	A	—	3,71	0	1	—	(B)
2,71	4	0	A	—	3,77	6	0	A	—

Die experimentelle Prüfung der Theorie erfolgte an einem großen Kugelresonator von 60 cm Durchmesser. Entweder wurden die Schallwellen vom Telephon, wie in Fig. 2 A angedeutet, durch eine an der Kugeloberfläche mündende Röhre zugeführt oder die Röhre wurde bis zur Mitte der Kugel weitergeführt (Fig. 2 B). Die Resonanz ist besonders bei enger Zuführung (1 bis 2 mm lichte Weite der Röhre) scharf; der Ton des durch eine Wechselstromsirene angeregten Telephons wurde beim Durchgang durch die Resonanz gellend laut. Die bei seitlicher Zuführung laut hervortretenden Töne sind in der Tabelle mit A bezeichnet, die bei der Zuführung in der Mitte mit B eingeklammerten Buchstaben bedeuten schwächeres Hervortreten der Töne.

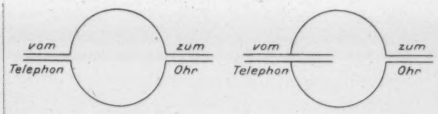


Fig. 2 A. Fig. 2 B.

Es ergab sich völlige Übereinstimmung mit der Theorie; wie zu erwarten, traten bei Anregung in der Mitte (B) die der Ordnung o der Kugelfunktionen entsprechenden Töne hervor, die übrigen bei seitlicher Anregung (A).

Mit diesen Resonatoren lassen sich leicht die ganz hohen Obertöne der Telephonklänge — z. B. der 10., 15., 20. — verfolgen; leider kann man dies nicht objektiv demonstrieren. Die genaue Einstimmung der Resonatoren auf einen bestimmten Ton kann durch Ineinanderschrauben der beiden Kugelhälften geschehen. Ein Nachteil der geschlossenen Kugelresonatoren gegenüber den Helmholtzschen liegt in der großen Zahl der Eigentöne; jedoch ist es günstig, daß dieselben nicht harmonisch sind.

Anwendungen. Damit ist die Möglichkeit erwiesen, Luftresonatoren bei Telephonklängen anzuwenden. Es fragt sich, was man damit machen kann.

In erster Linie kann man auf diese Weise reine Töne von beliebiger und bekannter Tonhöhe erzeugen, die in beliebiger Stärke miteinander gemischt werden können, was auch für physiologische und ohrenärztliche Zwecke von Bedeutung sein dürfte.

Für den Physiker kommt ferner die Verwendung der Luftresonatoren zur Verstärkung und Reinigung des Telephonklanges in der Wheatstoneschen Brücke in Betracht. Es wird also dadurch das optische Telephon oder Vibrationsgalvanometer ersetzt, die beide für hohe Töne unempfindlich werden. Bei der scharfen Resonanz der geschlossenen Kugelresonatoren kann man dabei sowohl den Grundton reinigen und verstärken als auch einen beliebigen Oberton isolieren.

Diese scharfe Resonanz bringt jedoch auch eine große Schwierigkeit mit sich, nämlich, daß die Frequenz des Wechselstromes sehr konstant gehalten werden muß. Akustische Stromunterbrecher, die dieser Bedingung genügen würden, funktionieren bei hohen Tönen nicht mehr gut. Bei der Verwendung von Wechselstromsirenen ist es zwar möglich, die

1) Helmholtz, „Tonempfindungen", 5. Ausgabe, S. 662; Rayleigh, „Theorie des Schalles" II, § 311, S. 295.

2) Rayleigh-Neesen, Theorie des Schalles II, S. 303.

3) Thiesen, Ann. d. Phys. (4) **24**, 401, 1907.

Tourenzahl des Motors, wie Herr Giebe[1]) in der Reichsanstalt gezeigt hat, sehr konstant zu erhalten, jedoch bedarf es dazu experimenteller Vorbedingungen und Einrichtungen, die in einem einfachen Universitätsinstitut nicht immer zur Verfügung stehen.

Nun gibt es ein naheliegendes Mittel, um dieser Schwierigkeit aus dem Wege zu gehen: man benutzt als Strom die gedämpften Schwingungen von Kondensatorentladungen, die man sich mit Hilfe von Glimmerkondensatoren und passenden Spulen leicht auf die gewünschte Tonhöhe einstimmen kann. Abgesehen von der konstanten Frequenz haben dieselben gegenüber dem kontinuierlichen Wechselstrom den Vorzug, daß die Stromamplitude viel stärker genommen werden kann, ohne daß eine schädliche Erwärmung der Stromleiter zu befürchten wäre, da man zwischen den einzelnen Kondensatorentladungen längere Pausen machen kann. Für die Nulleinstellung mit dem Ohr ist der intermittierende Ton eher von Vorteil. (Demonstration dieser Methode zur Erzeugung von Wechselströmen für die Wheatstonesche Brücke [Fig. 3] und der Einwirkung eines geschlossenen Kugelresonators auf die Klangfarbe und Stärke der Töne.) Ich hoffe, daß diese Brückenmethode sich für Schwingungen von 500 bis 10000 gut bewähren wird; mein Assistent, Herr Birnbaum, ist damit beschäftigt, sie weiter auszugestalten.

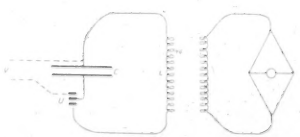


Fig. 3.

Sehr naheliegend ist die Anwendung der Resonatoren auf die drahtlose Telegraphie mit tönenden Funken. Bei dem Empfang von Nachrichten an der Grenze der Reichweite ist das gleichzeitige, durch starke Nahstationen verursachte Geräusch störend, da die elektrische Resonanz oft nicht ausreicht, um sich davor zu schützen. Man könnte nun diese Störung verringern, indem man ein Telephon in Verbindung mit einem Kugelresonator benutzt, der auf die Frequenz der tönenden Funken eingestimmt ist. Voraussetzung dabei ist, daß die Sendestation die Funkenzahl, d. h. Tourenzahl des Generators genau einhält, was sich vielleicht bei Großstationen ermöglichen ließe. Schlimmer ist ein anderer Umstand: bei ausgeprägter Resonanz erfordert das An- und Abklingen Zeit, so daß bei schnellem Telegraphieren die Zeichen — Punkte und Striche — ineinander übergehen. (Demonstration mit größerer Funkenfrequenz.) Man müßte also zwischen den einzelnen Zeichen längere Pausen machen, würde also nur langsam telegraphieren können.

Wenn auch hiernach die Anwendung in der drahtlosen Telegraphie auf praktische Schwierigkeiten stoßen dürfte, so glaube ich, daß das Telephon in Verbindung mit Luftresonatoren als Tonquelle und als Stromanzeiger in der Wechselstrombrücke sich recht brauchbar erweisen wird.

Diskussion.

Graf Arco: Herr Wien hat erwähnt, auf welche drei Arten eine Tonresonanz mit dem Telephon hergestellt werden kann. Bei der Gesellschaft für drahtlose Telegraphie sind die ersten beiden, von Herrn Wien hier nicht näher besprochenen Methoden ausprobiert worden, nämlich für den pulsierenden Gleichstrom, der durch das Telephon fließt, einen auf die Funkenfrequenz gestimmten Resonanzkreis einzuführen. Es hat sich hierbei dieselbe Schwierigkeit ergeben, nämlich das Zusammenlaufen der Zeichen. Dieselbe Unannehmlichkeit trat ein bei dem Versuch, mit mechanischer Resonanz die Selektion zu erhöhen. Bei den sogenannten Tonverstärkern von Telefunken werden mechanische Systeme von ausgeprägter Eigenschwingung verwendet, die auf die Funkenfrequenz abgestimmt sind und durch die Mikrophone bestätigt werden. Die Dämpfung wurde verringert durch mechanisches Loserkoppeln des mechanisch schwingenden Systems mit dem Mikrophon, dessen innere Reibung die Nutzdämpfung darstellt. Machte man die Dämpfung kleiner als etwa 0,1, so begann das Zusammenlaufen der Zeichen sich bemerkbar zu machen.

Wir stehen daher heute auf dem Standpunkt, daß die Tonfrequenz sich zu Resonanzeffekten nicht ausnutzen läßt.

Wien: Es wäre vielleicht möglich, drei mäßig scharfe Resonanzen hintereinander anzubringen, erst elektrische Resonanz, dann Plattenresonanz und dann Luftresonanz. Allerdings würde das auch keine Hilfe bringen gegen Stoßstörungen, z. B. gegen atmosphärische Störungen. Ich weiß nicht, ob das praktisch ausführbar ist.

1) Giebe, Zeitschr. f. Instrumentenkunde **29**, 205, 1909.

Heydweiller: Können Sie Angaben machen, welche Genauigkeit man bei der Wheatstoneschen Brücke erreichen kann?

Wien: Darüber sind jetzt Messungen im Gange.

Nernst: Hat der Herr Vortragende vielleicht untersucht, auf welche Schwingungszahlen man bei der gewöhnlichen Telephonmethode einstellt? Man stellt ja auf Geräusche ein, nicht auf eine bestimmte Schwingungszahl, aber in welcher Gegend etwa sie liegen, ist doch interessant zu wissen. Wir haben bei meiner dielektrischen Methode wohl bei etwa 15000 gearbeitet.

Wien: Sie werden nicht ganz so hoch liegen. Die Töne hängen von der Art des Wechselstroms und von der Art des Telephons ab. Wir bauen uns jetzt die Telephone selbst, wobei wir es natürlich so einrichten, daß das betreffende Telephon passend ist für die Schwingungen resp. für die Tonhöhe, mit welcher man arbeiten will.

Nernst: Dadurch erklärt sich vielleicht eine Differenz, die vor Jahren zwischen Herrn Wien und mir entstanden ist. Herr Wien hatte gefunden, daß die Polarisationskapazität sich mit der Schwingungszahl ändert; ich hatte gefunden, daß sie davon unabhängig ist. Wir waren eben in ganz verschiedenen Gebieten; das optische Telephon arbeitete bei einigen hundert Schwingungen, ich habe etwa bei 15000 gearbeitet.

Was die Frage des Herrn Vorsitzenden (Heydweiller) anlangt, so will ich darauf hinweisen, daß man schon mit der gewöhnlichen Methode zur Bestimmung von Dielektrizitätskonstanten leicht auf ein Siebzigtausendstel einstellen kann; auch schon Kohlrausch hat das mit seiner Methode gezeigt. Mit meiner Methode kommt man, wenn man alles kompensiert, sogar noch weiter wie Kohlrausch.

Barkhausen stellt eine Frage wegen der Kugelresonatoren, und ob nicht auch Röhrenresonatoren anzuwenden sind.

Wien: Die Röhrenresonatoren haben harmonische Obertöne; die Kugelresonatoren unharmonische. Das ist natürlich ein Vorzug.

Rubens: Werden sehr große Anforderungen an die Genauigkeit der Kugelform gestellt? Mir scheint das sehr nötig.

Wien: Nach meinen Erfahrungen ist das nicht der Fall. Bei den tieferen Eigentönen braucht die Kugelform sicher nicht genau eingehalten zu werden. Die kleine Öffnung ist nötig, damit wenig Energie verloren geht, wie es bei großen Öffnungen der Fall sein würde.

Rubens: Kommt es darauf an, daß das Rohr genau im Mittelpunkt endet?

Wien: Nein, auch nicht. Bei den höheren Tönen merkt man einen Einfluß, bei den tieferen aber nicht.

Alois Brommer (Wien), Zur Absorption der γ-Strahlen des *Ra-C*.

Während die α- und β-Strahlen der radioaktiven Substanzen in ihrer Reichweite bzw. in ihrem Absorptionskoeffizienten eine charakteristische Konstante besitzen, ist dies bei den γ-Strahlen im allgemeinen nicht der Fall. Die Verhältnisse sind hier auch weit komplizierter. Schon die Tatsache, daß jede γ-strahlende Substanz stets auch β-Strahlen aussendet, bedeutet eine große Schwierigkeit; denn die Trennung der beiden Strahlengattungen ist praktisch nicht einfach durchzuführen, da sowohl bei der magnetischen Ablenkung der β-Strahlen als auch bei ihrer Absorption trotz der verhältnismäßig geringen Dicke der zu ihrer vollständigen Eliminierung notwendigen Schichten, immer wieder Sekundärstrahlen von β-Charakter entstehen. Da schließlich auch in der Ionisationskammer durch die primäre γ-Strahlung an den Wänden stets Sekundärstrahlen erzeugt werden, so hat man also immer mit einem Strahlengemisch zu rechnen.

Grundlegend für die Absorptionsverhältnisse gilt die Intensitätsgleichung $J = J_0 \cdot e^{-\mu d}$, wobei d die Schichtdicke und μ den Absorptionskoeffizienten darstellt. Ist diese Gleichung für einen weiten Bereich der Schichtdicken exakt erfüllt, dann wird die Strahlungsgattung als homogen angesprochen und ist durch den Absorptionskoeffizienten charakterisierbar.

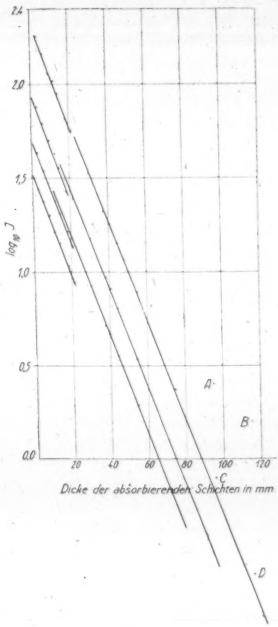
Die Versuchsanordnung ist fast überall dieselbe. Als Meßapparat wird meist ein Bleielektroskop verwendet, in einiger Entfernung davon befindet sich die Strahlungsquelle und dazwischen sind die absorbierenden Schichten angebracht. Je nach der Lage derselben weichen die Beobachtungsresultate in der Literatur ziemlich merklich voneinander ab; so erhalten für ziemlich gleiche Schichtdicken und ähnliche Versuchsanordnung für *Ra-C* bei Blei Soddy und Russell für μ (cm^{-1}) 0,50, Allen 0,55, Chadwick 0,68. Weit auffallender sind die großen Diskrepanzen, welche die Werte des Absorptionskoeffizienten des *Ra C* aufweisen, wenn die Untersuchungen für größere Bereiche der Schichtdicken ausgedehnt werden. Meist zeigt μ mit wachsender Schichtdicke der durchstrahlten Substanz eine merkliche Abnahme. Für Blei gibt Mc. Clelland (1904) zwischen 0,8 cm und 2,3 cm *Pb* eine Abnahme des Absorptionskoeffizienten von 0,64—0,44 an, Eve[1]) zwischen

1) Diese Zeitschr. **8**, 183, 1907.

0,6 cm und 2,4 cm *Pb* 0,57—0,46, Tuomikoski[1]) zwischen 0,4 cm und 18,0 cm *Pb* Werte von 0,70—0,25. Dies deutet auf eine Heterogenität der Strahlung hin und es wurden daher auch von Kleeman und Madsen (1909) alsbald Versuche unternommen, diese heterogenen Strahlen in Gruppen von homogenen zu analysieren. Im Gegensatz zu obigen Untersuchungen fanden Soddy und Russell (1910) innerhalb sehr weiter Grenzen der Schichtdicken von 2—22 cm *Pb* die Exponentialbeziehung vollkommen bestätigt und zwar für $\mu = 0{,}50$ und somit die Homogenität erwiesen. Für geringe Schichtdicken bis gegen 2 cm *Pb* wird der Abfall des μ von 0,70—0,50 auch von Russell[2]) als reell anerkannt. Doch auch diese ihre Ergebnisse waren der Kritik ausgesetzt und wurden durch die umfangreichen Untersuchungen, die Allen in der Physical Review (1911—1912) veröffentlichte, nicht vollkommen bestätigt. Er findet im Gegensatz zu ihnen bei den verschiedensten absorbierenden Medien die früher erwähnte Abnahme des μ bei zunehmender Schichtdicke wieder bestätigt.

Mit Untersuchungen über Sekundärstrahlen beschäftigt, wollte ich, da mir eine ähnliche Versuchsanordnung zur Verfügung stand, diese fragliche Abnahme des μ auf ihre Realität prüfen. Auf einer horizontalen, mit einer Längeneinteilung versehenen Bank waren drei Tischchen verschiebbar. Das erste trug die Strahlungsquelle (als solche dienten die Standardpräparate des Wiener Radiuminstitutes von 40 bzw. 237, 333 und 681 mg $RaCl_2$), auf dem zweiten befanden sich die Absorptionsplatten aus Blei (3×3 dm² Querschnitt), auf dem dritten stand der Meßapparat. Als solcher diente das Wulfsche Elektrometer mit einem auf seinem Halse aufgesetzten Ionisationskästchen von 8×10×10 cm³, in welches zentriert der Zerstreuungsstift hineinragte. Das Kästchen bestand aus Weißblech und wurde mit einer 3 mm dicken Bleikappe bis auf die Vorderseite, die aus dünner Al.-Folie bestand, allseits umkleidet. Damit die Ionisation auf diese Kammer beschränkt bleibe, wurde das Elektrometer selbst durch einen vorgestellten 10 cm dicken Bleiklotz bzw. durch eine mit *Hg* gefüllte Wanne geschützt. Vorversuche zeigten, daß die daran entstehenden Sekundärstrahlen von keinem merklichen Einfluß auf das Messungsresultat sind. Zur Eliminierung der β-Strahlen wurden die Präparatgläschen mit einem 1,3 mm dicken Bleimantel umgeben. Durch täglich wiederholte Isolationsproben wurde die natürliche Zerstreuung des Apparates ermittelt und dann entsprechend in Abzug gebracht. Der durch die Strahlung hervorgebrachte Sättigungsstrom wurde durch den pro Zeiteinheit erzeugten Spannungsverlust in $\frac{\text{Volt}}{\text{Min}}$ ausgedrückt.

Je nach der Stellung der absorbierenden Platten wurden verschiedene Intensitäten festgestellt. Wurden die Absorptionsschichten nur ein wenig vom Präparat entfernt, so war damit ein sehr merklicher Anstieg der Intensität verbunden, der sich allmählich verflachte und ein schwach ausgeprägtes Maximum in zirka $^2/_3$ der Entfernung Präparat — Meßapparat erreichte, um dann wieder ziemlich rapid abzufallen und schließlich bei vollständiger Annäherung der Platten an den Ionisationsraum noch unter den Anfangswert herabzusinken. Nur bei ganz dünnen Bleiplatten verflachten sich die Kurven fast zu einer Geraden, sonst aber trat der eben geschilderte Typus um so ausgeprägter hervor, je dicker und je kleiner die Schichten waren. Dies zeigte sich, als vom ursprünglichen Querschnitt von 3×3 dm² abgegangen und zur Vereinfachung der Versuchsanordnung derselbe der



1) Diese Zeitschr. **10**, 372, 1909.
2) Jahrb. der Radioaktivität u. Elektronik **9**, 438, 1912.

Vorderwand der Ionisationskammer gleich gemacht wurde (also 1×1 dm²). Auch wenn die an der Vorderwand befindliche Al.-Folie durch eine Bleiplatte ersetzt wurde, blieb der Charakter der Kurve, wenngleich ein wenig verflacht, doch vollkommen erhalten. Bestimmungen des Absorptionskoeffizienten bei verschiedener Stellung der Platten wiesen starke Abweichungen auf und auch die oben erwähnte Abnahme des μ wurde konstatiert.

Gerade die Tatsache, daß mit Verdickung und Verkleinerung der absorbierenden Schichten die Intensität der Strahlung von der Stellung der Platten um so mehr beeinflußt wird, ferner daß die Kurve sich abhängig erweist von der Lage der ganzen Anordnung im Beobachtungsraum, all das deutet auf die Ursache dieser Intensitätsänderung hin. Diese liegt in den durch die Primärstrahlung in der weiteren Umgebung erzeugten Sekundärstrahlen. Unter diesem Gesichtspunkte ist die Kurve verständlich. Der anfängliche starke Anstieg findet seine Erklärung darin, daß durch das Wegrücken der Bleiplatten vom Präparat alsbald ein Großteil des umgebenden Raumes der Primärstrahlung ausgesetzt ist und die dadurch erzeugte Inzidenzstrahlung auf den Meßapparat einwirkt und so die Intensität merklich erhöht. Je nach den speziellen Verhältnissen wird dann das Maximum der Intensität erreicht und bei weiterer Annäherung der Platten an die Ionisationskammer findet eine allmähliche Abblendung der Sekundärstrahlen statt, wodurch das Sinken der Intensitätswerte verständlich erscheint. Nunmehr ist auch die starke Beeinflussung der Messungsergebnisse von der jeweiligen Versuchsanordnung erklärlich, ferner auch die Abnahme der Werte von μ bei steigender Schichtdicke. Die obige Gleichung sollte eigentlich folgende Form $J = J_0 \cdot e^{-\mu d} + C$ erhalten, wobei das additive Glied C den Inbegriff der aus der Umgebung stammenden Sekundärstrahlung eventuell vermehrt um zerstreute Primärstrahlen darstellt, die bei einer bestimmten Stellung der Absorptionsschichten in erster Annäherung einer Konstanten gleichzusetzen ist, auch wenn die Dicke dieser Schichten verändert wird. Die bisher gewöhnliche Bestimmung des Absorptionskoeffizienten aus zwei Intensitätsmessungen nach der Gleichung

$$\frac{J_1}{J_2} = e^{-\mu (d_1 - d_2)}$$

bzw.

$$\mu = \frac{\log \text{nat} \cdot J_1 - \log \text{nat} \cdot J_2}{d_2 - d_1}$$

ist insofern unrichtig, als jeder der beiden Numeri im Zähler um das Glied C zu vergrößern ist, wodurch bei wachsender Schichtdicke die Differenz im Zähler gegenüber der immer größer werdenden Differenz im Nenner zurückbleibt, die Folge davon ist die Abnahme des Absorptionskoeffizienten bei zunehmender Dicke der absorbierenden Medien.

Auch manche andere Erscheinungen dürften durch entsprechende Rücksichtnahme auf diese aus der weiteren Umgebung kommenden sekundären Strahlen eine andere Deutung erfahren, so z. B. das bis jetzt noch nicht erklärte unbegrenzte Fortschreiten des sogenannten Härtungsprozesses, der bekanntlich darin besteht, daß die γ-Strahlen nach dem Durchgange durch eine Bleischicht für hinterher geschaltete Medien anscheinend immer durchdringungsfähiger werden. Nach dem Obigen liegen die Verhältnisse ähnlich wie bei dem Fallen der Werte für μ bei zunehmender Dicke der Absorptionsschichten. Ähnliches wäre auch bezüglich des Curie-Effekts zu sagen.

Es sei noch kurz erwähnt, daß der bedeutende Einfluß der aus der Umgebung kommenden Strahlen, die um die absorbierenden Schichten herum auf den Meßapparat einwirken, auch durch Experimente im Freien nachgewiesen wurden, ferner durch magnetische, sowie durch Fluoreszenzversuche.

Bei den nunmehr durchzuführenden Bestimmungen des Absorptionskoeffizienten galt es jetzt, obige Fehlerquelle zu vermeiden. Da eine auch nur halbwegs genaue Bestimmung des Wertes von C ausgeschlossen ist, so muß durch die Versuchsanordnung verhindert werden, daß ein Teil des Beobachtungsraumes der direkten, unverminderten γ-Strahlung des Präparats ausgesetzt ist und durch seine dadurch sehr kräftige sekundäre Inzidenzstrahlung im Verein mit zerstreuten Primärstrahlen die Ergebnisse stört. Dies kann nur dadurch geschehen, daß die Strahlungsquelle von dem absorbierenden Medium allseits umschlossen werde. Zu diesem Zwecke senkte ich die Präparate in Quecksilber ein. Für geringe Schichtdicken (von 3,6—20,5 mm) standen sieben verschiedene zylindrische Messinggefäße zur Verfügung. Die β-Strahlung war auch bei den geringsten Dicken vollständig ausgeschaltet. Die Präparatbehälter wurden dann genau zentriert und koaxial in den mit Hg gefüllten Zylinder eingeführt; dabei wurde streng darauf geachtet, daß ober- und unterhalb der Strahlungsquelle sich eine der seitlich zu durchstrahlenden Schichtdicke gleiche Quecksilberschicht befand. Für Schichtdicken von 30 bis 75 mm wurden Glasgefäße von zylindrischer Form verwendet. Die verschiedene materielle Beschaffenheit der Behälter sowie Unterschiede

der Wandstärke wurden unter Annahme der Gültigkeit des Gesetzes $\frac{\mu}{D} = \text{Konstans}$ entsprechend in Rechnung gezogen. Diese Messungen wurden in 3 bzw. 4 verschiedenen Distanzen des Präparats vom Meßapparat (nämlich in 50, 100, 150 und 200 cm) durchgeführt.

Diese eben beschriebene Versuchsanordnung ist gewiß nicht vollkommen einwandfrei und steht gegenüber der idealen Anlage, bei welcher sich die Strahlungsquelle im Zentrum einer mit dem absorbierenden Medium erfüllten Kugel befindet, zurück. Solche Kugeln standen mir nicht in genügender Anzahl zu Gebote.

Die Ergebnisse sind aber immerhin recht befriedigend. Schon die Tatsache, daß das Entfernungsgesetz durchaus recht genau erfüllt ist, sobald ein und derselbe Zylinder in verschiedenen Distanzen vom Elektrometer stand, sowie die relative Einfachheit der Anordnung spricht für ihre Verwendbarkeit zu Absorptionsmessungen. Die Ergebnisse der letzteren sind aus der Figur zu ersehen. Die Einordnung der Punkte für $\log_{10} J$ in Gerade zeigt, daß das Exponentialgesetz rein erfüllt ist. Die Tatsache, daß bei den niederen Schichtdicken die Geraden ein wenig nach abwärts verschoben erscheinen, weist vielleicht auf die nicht vollständige Gültigkeit des obigen Dichtengesetzes hin, nach welchem der früher erwähnte Ausgleich vollzogen wurde. Der Parallelismus der Geraden zeigt aber, daß der Absorptionskoeffizient innerhalb sehr weiter Grenzen gleich bleibt. Er beträgt nach diesen Messungen bei Quecksilber 0,641, für Blei bedeutet dies 0,538, also um zirka 8 Proz. höher als die Werte von Soddy und Russell.

Des übergroßen Seitendruckes halber ist für größere Schichtdicken die früher erwähnte Bedingung; oben, unten und seitwärts gleich starke Quecksilberschichten zu haben, nicht mehr erfüllbar; dann aber fallen die betreffenden Punkte sofort aus den entsprechenden Geraden heraus, siehe Punkt A und B; wenn aber die fehlenden Quecksilberschichten durch auf- und untergelegte äquivalente Bleiplatten ersetzt werden, ordnen sich die Punkte (C und D) wieder ziemlich gut ein.

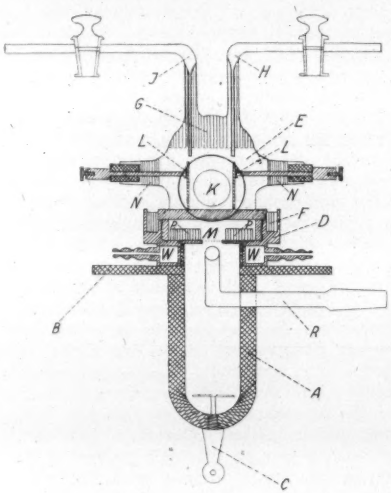
Es steht zu erwarten, daß durch solche Anordnungen, bei welchen die Strahlungsquelle allseits von den absorbierenden Schichten umschlossen ist, noch manche der γ-Strahler sich als homogen erweisen werden, was andererseits für den Vergleich der radioaktiven Substanzen mittels γ-Strahlung von hohem Wert wäre.

Wien, Radiuminstitut.

F. Krüger (Danzig), Über Ozonbildung durch Lenardstrahlen (nach gemeinsam mit M. Moeller angestellten Versuchen).

Die eingehenden Untersuchungen von Herrn Warburg über die Ozonbildung bei der stillen elektrischen Entladung haben ergeben, daß keine einfache Beziehung existiert zwischen der gebildeten Ozonmenge und der Stromstärke der elektrischen Entladung; es bildet sich viel mehr Ozon, 10- bis 100mal so viel, als dem elektrochemischen Äquivalent entsprechen würde, und zwar nicht in konstanten, sondern je nach den Entladungsbedingungen wechselnden Verhältnissen. Es lag nun nahe, die plausible Annahme zu machen, daß nicht die primär bei der Entladung in das Gas gesandten Elektronen, sondern vielmehr die von diesen durch Stoß sekundär in Freiheit gesetzten Elektronen maßgebend für den Prozeß der Ozonbildung seien. Die Zahl der sekundären Elektronen übertrifft ja die der primären sehr stark in mit der Geschwindigkeit oberhalb 1000 Volt schnell zunehmendem Maße. Ist diese Anschauung zutreffend, so müßte also die Zahl der in einer bestimmten Zeit gebildeten Ozonmoleküle der Zahl der in derselben Zeit gebildeten Ionen elektrochemisch entsprechen. Die gewöhnlichen Anordnungen für die Bildung des Ozons bei der stillen elektrischen Entladung sind zur Untersuchung dieser Verhältnisse nicht geeignet. Um durchsichtige Bedingungen zu haben, habe ich zur Prüfung der obigen Annahmen zusammen mit Herrn M. Moeller Versuche über die Ozonbildung durch sogenannte Lenardstrahlen angestellt, d. h. Kathodenstrahlen, die durch ein Lenardsches Aluminiumfenster in den Gasraum eintreten; in diesem wurden dann einerseits die in der Zeiteinheit gebildete Ozonmenge und andererseits die durch Elektronenstoß in derselben Zeit gebildete Ionenmenge bestimmt. Die Versuchsanordnung gibt die nebenstehende Figur wieder. Um quantitativ meßbare Ozonmengen zu erhalten, mußten sehr intensive Lenardstrahlen verwandt werden. Wir benutzten deshalb nach mehrfachen Vorversuchen eine Röhre, die aus einem Hartgummistück herausgedreht war, wie sie von Herrn Des Coudres zuerst für Lenardstrahlen angegeben ist; nur waren die Dimensionen unserer Röhre erheblich größer; sie ist in der Figur mit A bezeichnet; der weit überstehende Hartgummiring B soll bekanntlich gegen das Überschlagen von Funken schützen. Unten ist in die Röhre die Aluminiumkathode C eingeschraubt und mit Marineleim gedichtet. Oben ist der Messingabschluß D aufgesetzt, in dessen Mitte bei M 15 etwa $^1/_2$ mm weite Löcher nahe beieinander angebracht sind, die, mit einer dünnen Aluminiumfolie bedeckt, die Fenster

für den Durchgang der Kathodenstrahlen bilden. W bedeutet eine Wasserkühlung. Die Röhre war durch das Ansatzrohr R mit der Gaedepumpe verbunden und wurde auf das stärkste evakuiert; sie wurde, wie auch bei Des Coudres, mit Teslaschwingungen erregt. Letztere wurden mit Hilfe eines Funkeninduktors gewonnen, der mit 10—15 Ampere Wechselstrom beschickt wurde; seine Sekundärwicklung wurde zu einer Zinkelektroden-Funkenstrecke geführt, die einen Schwingungskreis aus einigen großen Leidener Flaschen und einer aus mehreren Windungen Kupferband bestehenden Selbstinduktion schloß. Die Sekundärwicklung des Teslatransformators war auf den Rat von



Herrn Prof. Zenneck, dem wir bei Konstruktion desselben zu großem Dank verpflichtet sind, direkt gekoppelt. Die Drahtstärke von 1 mm der Sekundärspule gewährleistete neben der hohen Spannung auch große Sekundärstromstärken. So gelang es, sehr kräftige Lenardstrahlen zu erhalten, die schon in Luft Ozonbildung bewirkten, wie am Geruch leicht zu erkennen war. Der Geruch ist jedoch ein äußerst empfindliches Reagens auf Ozon, das noch Konzentrationen bis $^1/_{500000}$ wahrzunehmen gestattet; es war daher immerhin einigermaßen fraglich, ob sich so in einem abgeschlossenen Volumen Ozonmengen herstellen ließen, die quantitativ meßbar waren. Zu diesen Versuchen diente das Glasgefäß E, das auf den Abschluß D aufgeschraubt und mit Paraffin in dem Ringe F abgedichtet wurde. Um den schädlichen Raum zu verringern, ist der obere Teil G mit Paraffin ausgegossen, durch das die Kapillaren für die Gaszu- und -abführung H und I hindurchgehen. Das Volumen des Gefäßes beträgt so 95 ccm. Die gewöhnlichen chemischen Ozonbestimmungsmethoden konnten bei den geringen Ozonmengen und den ganzen Versuchsbedingungen nicht mehr in Betracht kommen. Das Ozon wurde deshalb durch Messung der Absorption der ultravioletten Linie $\lambda = 254\ \mu\mu$ der Quecksilberbogenlampe mit Hilfe einer sehr lichtempfindlichen Kaliumzelle gemessen; wie wir durch besondere Versuche (siehe diese Zeitschr. **13**, 729, 1912) vorher gezeigt hatten, lassen sich nach dieser Methode Ozonkonzentrationen bis herab zu etwa $^1/_{1000}$ Proz. noch gut auf einige Prozent genau bestimmen. Auf das Glasgefäß sind zu diesem Zweck an kurzen Stutzen zwei gegenüberliegende Quarzfenster K mit Wasserglas, das von Ozon nicht angegriffen wird, aufgekittet.

Die Ionisation wurde durch Messung der Sättigungsstromstärke in bekannter Weise gemessen; hierfür sind senkrecht zu der Visierlinie der Quarzfenster die beiden Messingelektroden L_1 eingesetzt; sie sind mit Hartgummi isoliert, das durch den Paraffinaufguß N gegen den Angriff durch Ozon geschützt ist. Es ist als Metall Messing gewählt, weil an diesem das Ozon langsamer zerfällt als an Aluminium. Die beiden Elektroden wurden auf eine Potentialdifferenz von 3000 Volt gebracht, die bei einem Abstand der Elektroden von 2,4 cm, wie besondere Versuche zeigten, sicher die Sättigungsstromstärke gewährleisteten; die eine der Elektroden war natürlich geerdet; da, wie sich bald zeigte, ein erheblicher Teil des Stromes auch durch das ebenfalls geerdete, als Anode für die Teslaschwingungen dienende Aluminiumfenster abfloß, mußte das Galvanometer vor die auf das hohe Potential geladene Elektrode geschaltet werden, wobei entsprechende Vorsichtsmaßregeln berücksichtigt wurden. Die so erhaltene Sättigungsstromstärke erreichte Werte von 10^{-7} bis 10^{-6} Ampere, konnte also sehr bequem gemessen werden. Daß in dem Gasraum völlige Absorption der Lenardstrahlen stattfand, wurde daran erkannt, daß ein unter der Paraffindecke befestigter Bariumplatinzyanürschirm bei Betrieb der Röhre kein Aufleuchten mehr zeigte. Der Metallboden mit dem Aluminiumfenster wurde mit einer 5 mm dicken Paraffinscheibe P bedeckt, in deren Mitte ein 8 mm weiter Kanal eine Blende für die Primärstrahlen bildete. Mit dieser Anordnung konnte die in der Zeiteinheit gebildete Ozon- und Ionenmenge gleichzeitig gemessen werden.

Die Röhre wurde zunächst mit reinem,

Nr.	Versuchsdauer in Sekunden	Sättigungsstromstärke in Ampere		Zahl der pro Zeiteinheit gebildeten Ionen		Zahl der pro Zeiteinheit gebildeten Ozonmoleküle	Prozentgehalt an Ozon am Ende des Versuches
		in O_2	in N_2	in O_2	in N_2		
1	$3.6 \cdot 10^2$	$8.3 \cdot 10^{-7}$	$68 \cdot 10^{-7}$	$0{,}70 \cdot 10^{14}$	$6{,}0 \cdot 10^{14}$	$7{,}0 \cdot 10^{14}$	0,0097
2	3.6 „	7,0 „	22 „	0,61 „	1,9 „	2,0 „	0,0028
3	3.6 „	6,7 „	14 „	0,56 „	1,2 „	1,1 „	0,0015
4	6,0 „	5,1 „	16 „	0,45 „	1,4 „	1,4 „	0,0032
5	2,4 „	2,5 „	6,1 „	0,21 „	0,5 „	0,33 „	0,00028

elektrolytisch dargestellten Sauerstoff gefüllt. Die erhaltenen Versuchsresultate gibt die vorstehende Tabelle wieder.

Die erste Kolumne gibt die Nummer des Versuchs, die zweite die Versuchsdauer in Sekunden, die dritte die Sättigungsstromstärke in Ampere, die fünfte die daraus berechnete, in der Zeiteinheit gebildete Ionenmenge in dem ganzen Volum, die letzte Kolumne die photoelektrisch bestimmte Ozonkonzentration am Ende des Versuchs und die vorletzte die daraus berechnete Anzahl der in der Zeiteinheit gebildeten Ozonmoleküle wieder.

Die Funkenstrecke funktionierte während einer Versuchsdauer hinreichend gleichmäßig, daß aus den abgelesenen Sättigungstromstärken gut Mittel gebildet werden konnten, die auf etwa 10 Proz. genau waren; dasselbe gilt für die Ozonbestimmungen; Schwankungen in der Stärke des ersteren gingen solchen in der Menge des letzteren stets parallel.

An den nicht ganz zu umgehenden Metallteilen im Gasraum, also an den Messingelektroden, besonders aber an der Aluminiumfolie findet beständig ein Zerfall von Ozon statt. Dieser wurde durch besondere Versuche bestimmt und bei der Berechnung der in der Zeiteinheit gebildeten Ozonmenge in Rechnung gesetzt.

Die erhaltenen Ozonmengen liegen etwa in dem Intervall von $^1/_{100}$ bis $^1/_{1000}$ Proz. und konnten daher nach der angegebenen Methode gut bestimmt werden. Die Versuche zeigen nun deutlich, daß sehr viel mehr Ozon gebildet wird, als der im Sauerstoff gebildeten Ionenmenge entspricht; bei den höchsten Ozonkonzentrationen fast 10 mal so viel, bei den kleineren weniger. Die erwartete Proportionalität ist hier also zunächst nicht vorhanden.

Nun könnte es jedoch sein, daß bei der Ozonbildung eine so schnelle momentane Wiedervereinigung der tatsächlich gebildeten Ionen vorliegt, daß diese durch den Sättigungsstrom nicht gemessen werden kann, oder daß überhaupt der chemische Vorgang die Ionisation störend beeinflußt. Trotzdem könnte das Auslösende des chemischen Vorgangs in dem freilich nur einen Moment währenden Auslösen des sekundären Elektrons durch den Stoß der primären sein. Nun ist bekanntlich bei vollständiger Absorption die Ionisation von der Natur des Gases, wenn wir von dem anomal sich verhaltenden Wasserstoff absehen, unabhängig; man muß also die vom chemischen Vorgang nicht gestörte Ionisation bestimmen können, indem man sie in einem indifferenten Gase bei den gleichen Entladungsbedingungen mißt. Als solches Gas kommt zunächst nur Stickstoff in Frage. Mit diesem wurden daher Versuche in der Weise angestellt, daß das Glasgefäß zunächst mit reinstem Stickstoff gefüllt und in diesem die Ionisation gemessen wurde, dann sofort mit reinstem Sauerstoff, in dem die Ionisation und Ozonmenge gemessen wurde, und schließlich zur Kontrolle der Konstanz der Entladungsbedingungen wieder mit Stickstoff. Die im Stickstoff vorher und nachher gefundenen Ionisationswerte konnten so auf 10—20 Proz. übereinstimmend erhalten werden, so daß die Entladungsbedingungen bei der Stickstoff- und Sauerstoffüllung als hinreichend gleich angesehen werden konnten. Die zu den bereits angegebenen Ionisations- und Ozonwerten für den reinen Sauerstoff zugehörigen Ionisationswerte für den reinen Stickstoff sind in Kolumne 4 (Sättigungsstromstärke) und 6 (Zahl der Ionen) wiedergegeben.

Die Kolumne 6 zeigt nun zunächst, daß die Ionisation in reinem Stickstoff bei gleichen Entladungsbedingungen erheblich größer ist als in reinem Sauerstoff; die von Herrn Lenard gefundene Proportionalität zwischen Gasdichte und Absorption bzw. Ionisation oder, was dasselbe, die Unabhängigkeit der Ionisation von der Natur des Gases bei völliger Absorption ist also hier offenbar wegen des chemischen Vorgangs der Ozonbildung nicht mehr erfüllt, was übrigens Herr Warburg schon vermutet hatte. Das Verhältnis der Stärke der Ionisation im Stickstoff und Sauerstoff wächst mit der Intensität der Sekundär-, also auch der Primärstrahlung; es liegt bei den obigen Versuchen etwa zwischen 10 bis 2 und nimmt vermutlich noch weiter ab; dies erklärt vermutlich die bisher gefundene Gültigkeit der Lenardschen Beziehung auch für Luft.

Vergleicht man die Kolumnen 6 und 7, so sieht man, daß die im Stickstoff pro Zeiteinheit gebildete Ionenmenge der im Sauerstoff unter gleichen Versuchsbedingungen gebildeten Ozon-

menge gut entspricht. Die Übereinstimmung der Zahlen darf man freilich nicht überschätzen, sie ist zweifellos zum Teil zufällig so besonders gut, denn die Reihenfolge der Ionisation im Stickstoff und Sauerstoff bei den freilich nicht sehr verschiedenen Versuchen 3 und 4 ist eine umgekehrte und überhaupt lassen ja die Versuchsbedingungen keine größere Genauigkeit als 10 bis 20 Proz. zu. Aber auch, wenn man dies berücksichtigt, ist die Übereinstimmung der Zahlen bemerkenswert und scheint die oben gemachte Annahme zu stützen, daß in der Tat das sekundäre Auslösen eines Elektrons durch Stoß maßgebend ist für den Prozeß der Ozonbildung, wenn auch im Sauerstoff selbst die Messung der Ionisierung durch den chemischen Vorgang verdeckt erscheint. Da gleichviel positive und negative Ionen gebildet werden, würden auf ein Elektron zwei Ozonmoleküle kommen, was dem von Herrn Warburg für die Ozonbildung durch ultraviolettes Licht gefundenen Verhältnisse entsprechen würde. Das Ansteigen des Verhältnisses der Ionisation im Stickstoff und Sauerstoff mit der Stärke der Primärstrahlung hängt wohl mit der gebildeten Ozonmenge und der Verschiedenheit der Anfangsgeschwindigkeit zusammen; eine bessere Definiertheit dieser letzteren, überhaupt bessere Konstanz der Entladungsbedingungen wären für genauere Versuche, die beabsichtigt sind, erwünscht.

Die Ozonbildung durch Lenardstrahlen, die Herr Lenard selbst zuerst beobachtet hat, zeigen wohl überzeugend, daß Ozon nicht nur durch ultraviolette Strahlung, sondern auch durch Elektronenstoß — und bei der stillen elektrischen Entladung dürfte letzteres wohl überwiegend sein — gebildet wird, was wohl gelegentlich bezweifelt ist, wenn auch Herr Warburg selbst auf diese Möglichkeit stets hingewiesen hat. Beide Bildungsarten wären einander völlig analog, wenn wir den Mechanismus der photochemischen Wirkung ebenfalls primär in dem Auslösen eines Elektrons sehen. Beide Vorgänge entsprechen sich jedenfalls insofern, als auch die ozonbildende ultraviolette Strahlung nach Herrn Lenard und Ramsauer nicht stark ionisierend wirkt. Die Annahme, daß hier trotzdem der chemische Vorgang durch das Auslösen eines Elektrons, wenn es auch sofort wieder gebunden wird, eingeleitet wird, wird nahegelegt durch die Übereinstimmung der Versuche von Herrn Warburg über Ozonbildung durch ultraviolettes Licht mit der Theorie der photochemischen Wirkung von Herrn Einstein, sofern man die dem Elementarprozeß entsprechende Absorption der Strahlungsmenge $h\nu$ im Sinne früher Verlegungen Einsteins als durch das Auslösen eines Elektrons bedingt ansieht. Sind beide Bildungsarten des Ozons so wirklich einander analog, so dürfte sich auch die Gleichgewichtskonzentration des Ozons bei der Bildung durch Elektronenstoß ähnlich wie bei Einstein die des photochemischen Gleichgewichts berechnen lassen; die oben gemessenen Ozonkonzentrationen sind noch weit vom Gleichgewicht entfernt, sie zu erreichen verbot die Erwärmung der Röhre. Ist die chemische Wirkung des ultravioletten Lichts der Wirkung sehr hoher, direkt nicht herstellbarer Temperaturen äquivalent, so gilt das hiernach in weit höherem Maße für die chemische Wirkung der Kathodenstrahlen.

H. Sieveking und L. Lautenschläger (Karlsruhe), Über Helium in Thermalquellen und Erdgasen.

Die vorliegende Arbeit, die sich mit dem Gehalt der Thermalquellen und Erdgase an Helium beschäftigt, ist das letzte Glied einer Reihe von Arbeiten, die wir in Gemeinschaft mit bzw. auf Anregung von Hrn. Engler über die Quellen Badens ausgeführt haben. Dieselben konnten erst als abgeschlossen gelten, nachdem außer dem Wasser und den Sedimenten auch die Stollengase auf ihre Radioaktivität und ihre chemische Zusammensetzung geprüft waren. Die einzelnen Quellen eines Komplexes zeigen bekanntlich sehr starke Abweichungen in der Stärke der Aktivität und der Zusammensetzung. Einen Beitrag zu dieser noch ungeklärten Frage liefert die Untersuchung auf ihren Heliumgehalt. Da das Helium ein stabiles Abbauprodukt des radioaktiven Zerfallprozesses ist, so ist es nicht ausgeschlossen, aus der Bestimmung dieses Edelgases einen Fingerzeig zu gewinnen für die Fragen, die sich an die Radioaktivität der Thermalquellen knüpfen. Seit der Wiederauffindung des im Jahre 1868 in der Sonnenatmosphäre entdeckten Heliums im Jahre 1895 beschäftigte man sich eingehend mit den Untersuchungen von Quellgasen und Mineralien auf Heliumgehalt; besonders die englischen Physiker Rayleigh, Ramsay und Trawers, wie auch Moureu in Frankreich stellten ausgedehnte Versuche zur Isolation der Edelgase an.

Die ersten Versuche, die Edelgase von den Beimengungen zu trennen, wurden von Ramsay und Trawers ausgeführt. Sie benutzten anfangs zur Isolierung der Edelgase eine trockene Absorptionsmethode, indem sie reines glühendes Magnesiumband verwandten. Durch Hin- und Herbewegen des Gases zwischen zwei Gasometern, die in diesem Falle als Pumpe dienten, wurde das Edelgas vom Stickstoff getrennt. Der Wasserstoff wurde mittels Kupfer-

oxyd entfernt, wobei das entstandene Wasser durch Chlorkalzium wieder gebunden wurde. Eine solche Operation dauerte anfänglich einige Monate und war wegen der geringen Gasausbeute erfolglos.

Eine weitere Methode zur Isolation des Heliums wurde gemeinschaftlich von Ramsay und Trawers und Morris ausgeführt, wobei sie sich eines sehr einfachen Apparates bedienten. Dieser bestand aus einem Glasgefäß, in welchen das zu untersuchende Gas mit Sauerstoff gemischt eingeschlossen wurde. Hier ließ man in Gegenwart von metallischem Natrium den elektrischen Funken durchschlagen, um den Stickstoff zu entfernen; der Sauerstoff wurde sodann mit Phosphor weggenommen, wobei von dem dabei entstandenen Verbrennungsprodukt gleichzeitig der Wasserdampf absorbiert wurde. Nach Einwirkung des elektrischen Funkens wurde das Natrium wieder durch geeignete Mittel entfernt. Das hierbei erhaltene Gas war erheblich reiner und konnte zur Dichtemessung und spektroskopischen Bestimmung verwandt werden.

Einer weit besseren Methode zur Isolierung der Edelgase bediente sich Ramsay, indem er die Luft bzw. die Gase verflüssigte. Hierzu wurde ein Gasometer mit einer Reihe von Röhren in Verbindung gesetzt, in denen das Gas glühendes Kupferoxyd, konz. Schwefelsäure und Phosphorpentoxyd durchstrich. Dann gelangte der Gasrest in ein Kölbchen von geringem Volum, das von einem Dewarschen Mantelrohr umgeben war und mit einem Quecksilbergasometer in Verbindung stand. In das Innere des doppelwandigen Rohres wurden 50 ccm flüssige Luft gegossen und diese durch Wegpumpen mit einer Luftpumpe am Sieden erhalten, wobei eine Temperatur von ca. —210 Grad erreicht wurde. Auf diese Weise erhielt Ramsay durch Absieden des verflüssigten Gases verschiedene Fraktionen, die er getrennt auffing, und deren Dichte er ermittelte. Hierbei konnte Ramsay nicht nur Helium mit seinen charakteristischen Linien ermitteln, er fand auch auf diesem Wege Neon, Krypton und Xenon. Da das Neon sich bei der Temperatur siedender flüssiger Luft nicht verflüssigt, bediente er sich der charakteristischen Eigenschaft, daß die Löslichkeit der Gase, die nicht mit dem Lösungsmittel chemisch reagieren, im allgemeinen derselben Ordnung folgt, wie die Verdichtbarkeit. Wegen der geringen Löslichkeit des Neons in Wasser wurde flüssiger Sauerstoff als Lösungsmittel verwandt. Auf diese Weise erhielt Ramsay Helium, Neon und ein Gemisch von Argon und Sauerstoff. Nach Entfernung des letzteren durch Kupferspäne konnte die Dichte und Refraktivität der einzelnen Gase bestimmt werden. Der Nachweis des Kryptons und Xenons geschah meistens auf spektroskopischem Wege.

Weitere Methoden, welche hauptsächlich zur quantitativen Bestimmung des Heliums führten, wurden auf Grund der verschiedenen Diffusionsgeschwindigkeit der Gase ausgeführt. Auf diesem Wege wiesen Runge und Paschen die Homogenität von Argon und Helium nach, über deren elementare Natur in den früheren Jahren noch große Zweifel bestanden. Denn noch im Jahre 1895 hielt man das Helium des Cleveits mit dem des Sonnenspektrums für nicht identisch, da die D_3-Linie des Cleveitheliums doppelt zu sehen war, während das Sonnenspektrum nur eine einfache Linie zeigte.

Weitere Methoden zur Isolation des Heliums beruhen auf der Absorption der Gase durch stark gekühlte Holzkohle, ein Verfahren, welches James Dewar schon im Jahre 1875 zur Trennung von Gasen verwandte.

Um die Identifizierung des Heliums als Zersetzungsprodukt des Radiums hat sich besonders Soddy große Verdienste erworben.

Von besonderem Interesse sind vielleicht noch die Arbeiten von Moureu[1]), welcher sich im vergangenen Jahre mit der Untersuchung zahlreicher Quellgase beschäftigte und dabei zu sehr interessanten Resultaten gelangte.

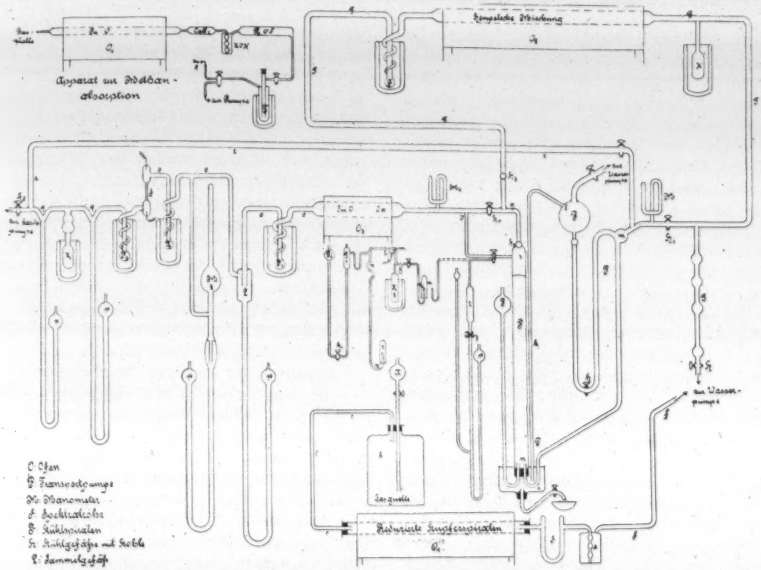
Moureu bediente sich der Absorptionsmethode auf trockenem Wege. Er ließ die getrockneten Gase, welche vorwiegend aus Stickstoff bestanden, über Magnesium zirkulieren, was durch eine Quecksilberpumpe bewirkt wurde. Den hierbei entstehenden Gasrest reinigte er abermals, indem er die letzten Spuren des Stickstoffs mit metallischem Kalzium absorbierte und den Wasserstoff durch Überleiten über glühendes Kupferoxyd entfernte. Die Quecksilberdämpfe, welche dem Gase aus der Pumpe beigemengt waren, wurden durch metallisches Selen gebunden und der zurückgebliebene reine Edelgasrest spektroskopisch untersucht.

Nach dieser Methode untersuchte Moureu die bekanntesten französischen Thermen, wobei er meist einen beträchtlichen Gehalt an Helium fand. In zahlreichen Gasen fanden sich 1—2 Volumprozente Helium, in der Quelle von Maizières sogar 5,3 Volumprozente. Ein direktes Verhältnis zwischen Aktivität und Heliumgehalt konnte er nicht konstatieren.

Unseren Apparat zur qualitativen und quantitativen Bestimmung der Edelgase möchten wir an Hand der beigefügten Skizze kurz beschreiben.

Derselbe wurde teilweise den Angaben

1) C. R. **142**, 1155; **143**, 795, 1906.



Moureus entnommen, welcher nach einem ähnlichen, oben bereits erwähnten Verfahren Edelgase in sauerstofffreien Gasen nachgewiesen hatte. Da jedoch in unserem Falle Luft, also sauerstoffhaltiges Gas vorlag, so mußte zur Absorption des Sauerstoffes eine Erweiterung des Apparates vorgenommen werden; auch mußten zur Trennung des Heliums von den übrigen Edelgasen verschiedene Abänderungen getroffen werden. Ebenso sind die Erweiterung zur quantitativen Bestimmung, die Absorptionsmethode und die Umarbeitung der Pumpen von uns neu ausgearbeitet worden.

Wie die Skizze unseres Apparates zeigt, besteht derselbe aus vier einzelnen Teilen, die insgesamt ein Volum von ca. 400 ccm haben und behufs vollständig luftdichten Abschlusses alle miteinander verschmolzen sind.

Der erste Teil dient zur Absorption des Sauerstoffs und zum vollständigen Trocknen des Gases und Befreiung von CO_2. Der Ofen 1 enthält eine Röhre mit reduzierten Kupferspiralen und ist während des Versuchs auf 500 Grad erhitzt. Das angeschlossene Rohr enthält Chlorkalzium und Natronkalk und der daran geschlossene Kaliapparat ist mit ca. 50prozentiger Kaliumhydroxydlösung gefüllt. Das Rohr f enthält reines Phosphorpentoxyd. Dieser erste Teil kann luftdicht mit dem Hahn h verbunden werden. Der zweite Teil dient zur Gewinnung des rohen Edelgasrestes. Er setzt sich ebenfalls aus verschmolzenen Glasröhren zusammen. Im Ofen 2 befindet sich ein Verbrennungsrohr, das mit einem Gemisch von 6 Teilen Magnesiumpulver, 1,5 Teilen Natriumstücken von der Größe 1—2 mm und 30 Teilen frisch geglühtem, grob gepulvertem Kalziumoxyd angefüllt ist. Auf beiden Seiten des Ofens befinden sich Kühlgefäße, welche in Dewar-Gefäße mit Azetonkohlensäure tauchen. Zur Zirkulation des gesamten Gasrestes in den verschiedenen Teilen dieses Apparates dient eine automatisch arbeitende Pumpe. Diese besteht aus dem Quecksilbergefäß i, in welches 3 Röhren tauchen, die unter dem Quecksilberspiegel münden. Das eine Rohr steht mit dem oberen Quecksilberbehälter P in Verbindung, das seinerseits an eine Wasserpumpe angeschlossen ist. Durch die Wasserluftpumpe wird ständig Quecksilber aus dem unteren Sammelbehälter nach P geschafft und wieder durch h nach m gedrückt. Hier tritt es mit dem Gasrest zusammen; durch vorsichtiges Regulieren läßt sich die Bewegung des Quecksilbers in der Röhre so gestalten, daß der Quecksilberfaden bei m abreißt und sich zwischen die Tropfen von dem Gasrest Blasen einschließen, die auf diese Weise allmählich nach s befördert werden, während das Quecksilber selbst im unteren Behälter sich sammelt und zu einem neuen Kreislauf nach l befördert werden kann, wodurch eine kontinuierliche Zirkulation im Teile 2 des Apparates bewirkt wird.

Der dritte Teil unseres Apparates ist der sogenannte Plückersche Teil; er dient zur

vollständigen Reinigung des Edelgasrestes und zur Trennung der Komponenten sowie zu deren qualitativem Nachweis. Er besteht abermals aus einem kleinen Verbrennungsofen, dessen Rohr Kupferoxyd und Hempelsches Gemisch oder Kalziummetall enthält und ebenfalls auf 500 Grad vor dem Versuch angeheizt wird. Die verschiedenen Kühlgefäße, die teilweise noch Holzkohle enthalten, tauchen in Vakuumgefäße, die mit flüssiger Luft gefüllt sind.

Der vierte Teil des Apparates dient zur quantitativen Bestimmung des Heliums und soll im Versuchsgange selbst beschrieben werden. M, M_1 und M_2 sind Manometer; hiervon ist M_2 ein Mac Leod-Manometer, das noch geringe Luftmengen deutlich anzeigen kann. Sämtliche Hähne sind mit Quecksilberdichtungen versehen, so daß das Ein- und Ausdringen von Luft ausgeschlossen ist. Zur Einfettung derselben diente ein Hahnfett, das keine Gase auch bei hohem Vakuum in sichtbaren Mengen abgab. An geeigneten Stellen, wie q und q_1, sind die Hähne durch mit Quecksilber regulierbare T-Stücke ersetzt. Das Spektralrohr befindet sich in horizontaler Lage und besitzt eine ovale Kapillare, so daß es auf diese Weise zur Durchsicht geeignet gemacht ist. Es wurden verschiedene Elektroden im Spektralrohr ausprobiert. Zu Anfang hatten wir als Kathode und Anode Aluminiumelektroden gewählt; da das Gas jedoch anfangs nie ganz rein von Stickstoff zu bekommen war, so machten wir uns die Angaben von Troost und Ouvrard zunutze, daß man in einem Geißlerrohr den Stickstoff schon lediglich dadurch binden kann, daß man Magnesiumelektroden anwendet, die beim Durchgang des elektrischen Stromes den Stickstoff absorbieren, während Argon erst dann absorbiert wird, wenn aller Stickstoff verschwunden ist. Deshalb wählten wir zu den weiteren Versuchen als einen Pol eine Aluminiumelektrode, als anderen Pol ein dünnes Magnesiumband, und zwar wurde, um das Zerstäuben des Magnesiumdrahtes zu verhindern, stets der Aluminiumdraht der Spektralröhre als Kathode genommen. Da jedoch alle Innenelektroden bei längerem Stromdurchgang und Erwärmung Spuren von Metall-Spiegel absetzen, so waren für unsere Versuche Außenelektroden am geeignetsten. Wir umwickelten deshalb die erweiterten Enden des Spektralrohres mit Stanniol und dünnem Kupferdraht, wodurch ebenfalls ein genügend starker Strom in dem Spektralrohr erzielt wurde.

Die drei Glasröhren in den Verbrennungsröhren versuchten wir durch Porzellan- oder Eisenröhren zu ersetzen, da wegen der hohen Hitze und der darauffolgenden Abkühlung das Glas fast immer nach dem Versuch sprang. Die angewandten Porzellanröhren waren wenig dauerhaft; ebenso erwiesen sich die Eisenrohre bald als ungeeignet, da trotz des nahtlosen Rohres das Eisen Gas diffundieren ließ und im Spektralrohr bald Wasserstofflinien auftraten, die wohl vom Gas der Flammen der Verbrennungsröhren herrührten. Aus diesem Grunde ist auch die Verwendung von Palladiumröhren unmöglich. Vielleicht wäre diesem Übelstand durch Überziehen der Röhren mit Nickel oder durch Anwenden von Kupfer- oder Quarzröhren abzuhelfen; mit solchen wurden bis jetzt noch keine Versuche gemacht. Als Holzkohle zur Absorption erwies sich verkohlte Kokosnußschale am geeignetsten.

Was nun die Analyse der Gase anbetrifft, so wurde diese wie folgt ausgeführt.

Die Gasproben wurden kurz vor der Untersuchung in den Stollen entnommen. Die Flaschen waren aus Glas und wurden zur Luftentnahme vollständig mit Wasser angefüllt und sodann in dem betr. Stollen entleert. Die so mit Gas gefüllten Gefäße wurden am Orte luftdicht verkorkt und versiegelt und dann unserem Laboratorium eingeliefert. Vor der Analyse wurde der Verschlußkork unter Wasser mit dem Trichteraufsatz ausgewechselt und luftdicht, wie auf der Skizze aufgezeichnet, mit dem Ofen 1 verbunden. Aus dieser Gasquelle b wurde sodann mit Wasserdruck die Luft durch die Röhre c in das Verbrennungsrohr getrieben, wo durch die glühenden Kupferspiralen der Sauerstoff fast vollständig in Form von Kupferoxyd gebunden wurde. Die vollständige Wegnahme des Sauerstoffs aus der Luft war in unserem Falle nicht notwendig; im Gegenteil, es hat sich erwiesen, daß die nachherige Absorption des Stickstoffs mit Hilfe von Magnesium und Kalziumoxyd durch Anwesenheit geringer Mengen Sauerstoffs begünstigt und der Vorgang beschleunigt wird. Eine bedeutende Menge Sauerstoff hätte allerdings eine Entzündung des Magnesiums verursacht.

So gelangte nun der Gasrest, der der Hauptsache nach aus Stickstoff und den Edelgasen bestand, durch die Gefäße d und e, wo die Kohlensäure gebunden wurde und endlich zum Entfernen der Feuchtigkeit durch das Phosphorpentoxydrohr f. Durch Vertreiben der zu untersuchenden Luft mit Wasser konnte die zur Analyse angewandte Menge genau gemessen werden.

Bevor der Gasrest in den Hauptteil des Apparates eingelassen wurde, mußten diese Teile vollständig luftleer gepumpt werden, indem an Hahn H und H_6 Wasser bzw. Quecksilberpumpen angeschlossen wurden. Das Evakuieren geschah erst in der Kälte; darauf

wurden die beiden Öfen 2 und 3 angezündet und durch allmähliche Temperatursteigerung der Inhalt der Röhren auf den gewünschten Hitzegrad gebracht. Das Evakuieren wurde fortgesetzt, bis der ganze Apparat vollständig luftleer war, was einerseits an den Manometern zu erkennen war; andererseits zeigten die Spektralröhren beim Durchschlagen des elektrischen Funkens Kathodenlicht und das Spektrum selbst keine Linien mehr. War dies erreicht, so wurde das Evakuieren unterbrochen und die Hähne H_4 und H_5 geschlossen, wodurch der Plückersche Teil abgeschlossen wurde. Durch Öffnen des Hahnes H und Anschließen der Röhre f ließen wir sodann je nach dem vermutlichen Gehalt an Edelgas eine genügende Menge von meist 2—3 Litern des oben beschriebenen Gasrestes in den Teil 2 des Apparates einströmen und setzten gleichzeitig die Zirkulationspumpe P in Betrieb. Hierdurch wurde ein Kreislauf des Gases durch die verschiedenen Röhren des Apparates bewirkt. Von g wurde das Gas über m, u nach s befördert und trat durch die Röhre g in das erste Kühlgefäß F. Hier wurden die sich bei der Reaktion bildenden Wasserdämpfe festgehalten. Hierauf trat das Gas in das glühende Verbrennungsrohr O_2 ein; durch die Hitze setzte sich teilweise das Magnesium mit dem Kalziumoxyd in Magnesiumoxyd und metallisches Kalzium um, das seinerseits begierig Stickstoff aufnimmt und Kalziumnitrid bildet. Auch das Magnesium selbst ist imstande, Stickstoff zu Magnesiumnitrid zu binden. So wurden also der Stickstoff und die letzten Spuren des Sauerstoffs absorbiert. Beim Austritt aus dem Ofen 2 gelangte das Gas in die Kühlbirne K, welche Holzkohle enthielt, und durch Azeton-Kohlensäure gekühlt war. Hier wurde zum Teil das Argon durch Absorption festgehalten. Von hier aus gelangte der Gasrest wieder durch g nach m, um von da seinen Kreislauf aufs neue, wie oben beschrieben, fortzusetzen. Auf solche Weise wurde im zweiten Teil des Apparates eine kontinuierliche Zirkulation herbeigeführt, wodurch allmählich alle Bestandteile des Gases mit Ausnahme der Edelgase und geringer Verunreinigungen beseitigt wurden. Dieser Vorgang war nach Verlauf einer Stunde beendet. Am Manometer M, das allmählich seine ursprüngliche Vakuumstellung wieder einnahm, war der Endpunkt zu sehen.

Sodann wurde Hahn 4 und der Zweiweghahn 5 nach o geöffnet und nach Schließen von Hahn 3 der Gasrest zuerst nach s zusammengepumpt und hierauf durch Heben des Quecksilbers im Rohre s quantitativ in den Plückerschen Teil befördert; hierbei blieb zunächst noch r geschlossen. So gelangte das Gas über den dritten Ofen, wo es von den letzten Spuren Stickstoff durch Kalzium und Wasserstoff durch Kupferoxyd befreit wurde. In dem Gefäße K_1 befand sich Holzkohle, die von außen mit flüssiger Luft stark abgekühlt wurde. Durch diese Abkühlung wurde das Gas immer mehr nach dem Spektralrohr gezogen und auf seinem Lauf durch die Kühlspiralen immer mehr gereinigt, was notwendig war, da trotz Anwendung der reinsten Reagenzien auch im letzten Verbrennungsofen Spuren von Stoffen abgegeben wurden, welche das Spektrum verwischt hätten. Die Holzkohle vermag bei einer Temperatur von —182 Grad alle übrigen Edelgase mit Ausnahme des Heliums zu absorbieren. So blieb bei unserem Versuche dieses Edelgas allein im Rückstand.

Während der Behandlung des Gasrestes in diesem letzten Teil des Apparates wurde mit dem Spektroskop der Vorgang im Plückerrohr genau verfolgt. Beim Überleiten des Gases konnte man noch deutlich die charakteristischen Linien der Quecksilberdämpfe und des Argons wahrnehmen, welche anfangs das gesamte Heliumbild verdeckten. Doch durch die kräftige Kühlung in den Spiralen und durch die Absorption der gekühlten Kohle wurden allmählich diese Linien schwächer und verschwanden endlich. Gleichzeitig traten immer deutlicher die charakteristischen Heliumlinien zutage, anfänglich nur die gelbe Linie, dann waren allmählich auch die grüne und blaue Linie zu sehen; die rote Linie war nur in seltenen Fällen wahrzunehmen; denn es gelang nie, das Helium vollständig vom Neon zu trennen, so daß stets, wenn auch nur geringe Spuren von Neon im Geißlerrohr zu sehen waren. Durch Messung und Vergleich mit Normalröhren konnte die Reinheit unseres Edelgasspektrums kontrolliert werden. Endlich wurde die Spektralröhre photographiert mit einem Steinheilschen Quarzspektrographen.

Soviel über den qualitativen Nachweis des Heliums.

Da mit oben beschriebenem Apparat auch die geringen Mengen Helium in gewöhnlicher Luft nachgewiesen werden konnten, so war bei der Untersuchung der vorliegenden Stollengase eine quantitative Analyse unumgänglich, um mit Sicherheit konstatieren zu können, ob dieses Edelgas als Bestandteil dieser Luft oder als event. Zerfallsprodukt radioaktiver Stoffe anzusehen war.

Als erste quantitative Bestimmung wurde folgende Berechnung ausgeführt. Wir stützten uns auf die Zahlen, welche durch zahlreiche Untersuchungen in der gewöhnlichen Luft gefunden und meist angegeben werden. In der-

selben soll sich das Helium zu 0,00015 Volumprozent vorfinden; da wir von der gewöhnlichen Badener Luft die vier- bis fünffache Menge zur Analyse verwenden mußten, um eben dasselbe deutliche Spektrum des Heliums zu erhalten wie in unseren untersuchten Stollengasen, so konnte man annehmen, daß in letzterem ungefähr die vier- bis fünffache Menge Helium wie in gewöhnlicher Luft war. Bei einer anderen Berechnung stützten wir uns auf die Angaben von Collie und Ramsay[1]) über die Sichtbarkeit des Spektrums eines Gases bei Gegenwart eines anderen, auf Grund derer man die Heliummenge in einem Gasgemisch abschätzen kann. Sie hatten nämlich festgestellt, daß in einem Gemisch von Argon und Helium die gelbe D_3-Linie des letzteren neben denen des ersteren nur dann sichtbar wird, wenn in dem Gasgemisch mindestens 25 Prozent Helium enthalten sind, und selbst dann muß der Druck des Gasgemisches kleiner als 0,09 mm sein. Es mußte demnach bei unseren Beobachtungen in dem noch übrig bleibenden Edelgasrest der Heliumgehalt nahezu 25 Prozent von dem des Argons sein, da die Heliumlinien, allerdings nur sehr schwach, neben denen des Argons zu sehen waren. Nahmen wir den Argongehalt so an, wie er in der gewöhnlichen Luft vorhanden ist, so ergab unsere Berechnung einen beträchtlichen Prozentgehalt von Helium in den Stollengasen.

Was nun unsere quantitative Edelgasbestimmung selbst anbetrifft, so wurde diese wie folgt ausgeführt.

Nach Beendigung des qualitativen Versuches wurde das zurückgebliebene Gas durch das Glasrohr r mit Hilfe der Transportpumpe P wieder in den Sammelbehälter s gepumpt. Bei geschlossenem Hahn H_5 sammelte sich sodann alles Gas über dem Quecksilber an. Das Pumpen wurde fortgesetzt, bis im dritten Teil des Apparates wieder vollständiges Vakuum war, was das Spektralrohr und Mac Leod-Manometer anzeigte. Sodann konnte das Gas durch Heben des Quecksilbers in P quantitativ in den Meßapparat t getrieben werden, wo es durch Druck und Volumbestimmung quantitativ bestimmt werden konnte.

Meist war jedoch der Gasrest durch geringe Mengen anderer Gase verunreinigt, die sich ihm auf dem langen Wege r beimengten, aus diesem Grunde wurde das Gas vor der quantitativen Bestimmung meist nochmals gereinigt. Zu diesem Zwecke wurde es in einem kleinen Röhrchen über Quecksilber in u aufgefangen und in den zuvor vollständig evakuierten kleinen Apparat bei u eingelassen. Hier wurde es abermals über Holzkohle, die von flüssiger Luft gekühlt war, gereinigt und sein Spektrum in dem Geißlerrohr S_1 ebenso wie vorher kontrolliert. Sodann wurde durch die kleine Pumpe P_1 das zurückgebliebene Helium nach w befördert, wo es wieder in dem kleinen Sammelgefäße t über Quecksilber aufgefangen wurde. Endlich wurde es wieder bei u eingelassen, wo an einem in Kubikmillimeter eingeteilten Skalenröhrchen sein Volum bei gewöhnlichem Druck gemessen werden konnte und auf diese Weise der Gehalt der ursprünglich angewandten Gasmenge an Helium bestimmt wurde. Bei dem Nachweis der übrigen Edelgase beschränkten wir uns zumeist auf den qualitativen Nachweis. Bei Anwesenheit größerer Mengen Argon und Neon wurde bei einigen Versuchen zuerst der gesamte Edelgasrest volumetrisch bestimmt und später durch fraktioniertes Absieden dieser verflüssigten Gase Argon und Neon getrennt gemessen. Ein Nachweis von Krypton und Xenon war zumeist wegen der äußerst geringen Spuren dieser Gase gänzlich aussichtslos.

Bei dem Nachweis der Edelgase in Erdgasen war insofern der Apparat abzuändern, da die untersuchten Gase alle einen hohen Prozentgehalt von Methan zeigten, für dessen Absorption in den Öfen keine geeignete Vorbereitung getroffen war. Es mußte deshalb vor Einleitung in den Apparat das Methan zum größten Teil verbrannt und die entstandenen Verbrennungsprodukte, Kohlensäure und Wasserdampf, absorbiert werden. Aus diesem Grunde wurde der erste Teil des Apparates durch einen anderen ersetzt. Dies geschah durch einen mit Kupferoxyd beschickten Verbrennungsofen, der mit Absorptionsgefäßen und einem Trawerschen Verflüssigungsgefäße verbunden war.

Wie die Skizze (Apparat zur Methan-Absorption) zeigt, gelangt das Gas aus der Gasquelle in einen Verbrennungsofen, wo das Methan langsam über Kupferoxyd verbrannt wurde; der Gasrest streicht sodann über Chlorkalzium und konz. Kalilauge, wo die Wasserdämpfe und die Kohlensäure festgehalten werden. In dem Phosphorpentoxydrohr wurden die letzten Wasserdämpfe festgehalten. So gelangt das Gas in den Trawerschen Verflüssigungsapparat, wo die letzten Spuren Methan durch flüssige Luft-Kühlung zurückgehalten wurden. Endlich wird der Gasrest, der nun noch aus Stickstoff und den Edelgasen bestand, in den Apparat bei H eingeleitet, wo auf ähnliche, wie zuvor beschriebene Weise die Edelgase identifiziert und quantitativ bestimmt wurden. Sofern der gesamte Edelgasrest im

1) Proc. Roy. Soc. **59**, 257, 1896.

Apparat gemessen werden sollte, wie es bei unseren späteren Versuchen der Fall war, so mußte das Verflüssigungsgefäß ausgeschaltet werden, da in diesem auch beträchtliche Mengen Argon und Neon verflüssigt werden. An dessen Stelle wurde zur vollständigen Verbrennung von Methan ein zweiter mit Kupferoxyd beschickter Ofen eingesetzt.

Die Bestimmung der Edelgase in Mineralien, Schlamm und Sedimenten wurde nach den Methoden von Trawers ausgeführt. Es ist interessant, daß fast genau die Hälfte des im Mineral vorkommenden Heliums durch Wärmeentwicklung allein entwickelt wird, und daß die Gasentwicklung von einer bedeutenden Wärmeentwicklung begleitet ist. Trawers nimmt an, daß hier das Gas in einer Verbindung anwesend ist, die sich unter Einfluß von Wärme zersetzt und Gas abgibt. Deshalb mußte zur Gewinnung der ganzen Gasmenge eine Zersetzung des Minerals mit chemischen Stoffen vorgenommen werden. Hierbei bedienten wir uns der trockenen Zersetzungsmethode. Das gepulverte Untersuchungsobjekt wurde in einem Eisenrohre mit der gleichen Gewichtsmenge sauren Kaliumsulfats erhitzt, das zuvor entwässert, geschmolzen und gepulvert wurde. Bei der langsamen Zersetzung, die von starkem Aufschäumen der Masse begleitet war, entwich das Gas und wurde, wie bei den früheren Versuchen, zwecks Absorption der Gasbestandteile in den Apparat geleitet und das Spektrum der Edelgase im Plückerrohr beobachtet. Auch diese Aufschließungsmethode, welche sich als eine der genauesten erwies, kann nicht als völlig quantitativ angesehen werden, da immer, wenn auch nur geringe Mengen des Gases zurückbleiben.

Zur Bestimmung des Heliums in Quellwässern wurde eine größere Menge dieser Wasserproben längere Zeit kräftig ausgeschüttelt und gekocht; die hierbei entweichenden Gase wurden nach Absorption der Wasserdämpfe in den zuvor evakuierten Apparat geleitet und, wie oben angeführt, weiter untersucht. Hierzu ist jedoch noch zu bemerken, daß Helium einen positiven Löslichkeitskoeffizienten besitzt, sich also bei erhöhter Temperatur ein erheblich größerer Teil dieses Edelgases in Wasser auflöst. Als rein quantitative Methode kann also obiges Verfahren nicht angesehen werden, doch geben uns die erhaltenen Werte ein Bild über das Vorhandensein dieses Edelgases in relativ stark radioaktivem Thermalwasser.

Untersuchungsresultate.

I. Stollengase.

Die Stollengase, welche zur Untersuchung gelangten, zeigten bei der Voruntersuchung auf ihre Hauptbestandteile die Zusammensetzung der gewöhnlichen Luft, meist mit einem erhöhten Wasserstoffgehalt. Die Analyse in der Bunte-Bürette ergab eine ungefähre Zusammensetzung von rund 20 Prozent Sauerstoff und 80 Prozent Stickstoff neben Spuren von Kohlensäure, Methan sowie andere Kohlenwasserstoffe waren nicht zugegen.

Folgende Tabelle möge eine Übersicht über Radioaktivität und Heliumgehalt solcher Stollengase geben.

Name des entnommenen Gases	Aktivität in Volt-Stunden [1])	Heliumgehalt in Vol. % bei 0° u. 760 mm
Kirchenstollen Baden-Baden	3200	0,015
Murquellstollen „	2000	0,004
Hauptstollen „	470	0,001
Ursprungsstollen „	459	0,001
Büttquellenstollen „	4770	0,003
Markgrafenstollen Badenweiler (an der Stauwand entnommen)	900	0,004
Luft der warmen Gasausströmung Deckershof . .	500	0,0002
Zum Vergleich gewöhnliche Luft (Karlsruhe) . . .	inaktiv	0,00018

Wie aus der Tabelle ersichtlich ist, ist fast in allen Stollen ein höherer Heliumgehalt als in der Luft wahrzunehmen. Der bedeutend niedrigere Gehalt im Verhältnis zu den weiter unten angeführten Quellgasen ist wohl dadurch zu erklären, daß die Stollengase alle mit Außenluft ständig in Kontakt sind; in tieferen, abgelegenen Stellen würden diese Gase gewiß einen viel höheren Heliumgehalt zeigen. Die Entnahme von Proben an solchen Stellen ist jedoch wegen der sehr hohen Temperatur in den Stollen ausgeschlossen. Was die übrigen Edelgase anbetrifft, so waren diese in denselben geringen Mengenverhältnissen, wie in gewöhnlicher Luft vorhanden.

II. Quellgase.

Die untersuchten Quellgase zeigten eine sehr wechselnde Zusammensetzung, je nach ihrem Ursprung. Ihre Untersuchung auf Edelgase geschah nach jeweiliger genauer Analyse und der entsprechenden Verwendung von Absorptionsmitteln. Die Zusammensetzung ist aus folgender Tabelle (S. 1050 links oben) ersichtlich.

Von den übrigen Edelgasen war Argon in nennenswerten Mengen zu finden. Wasserstoff war fast in allen diesen Gasen in recht beträchtlichen Quantitäten vorhanden.

1) Gemessen im Engler-Sieveking'schen Fontaktoskop.

Name der Gase	Zusammensetzung	Aktivität in Volt-Stdn.	Heliumgehalt in Vol.-Proz.
Quellgas v. Elsaß	47,7 % Kohlensäure 46,6 „ Stickstoff 5,7 „ Methan	17000 bis 18000	0,38
Quellgas v. Wildbad[1])	3,0 % Kohlensäure 97 „ Stickstoff hierv. 5 % Edelgase	unbestimmbar	0,71
Quellgas v. Baden-Baden, Höllgas-stollen	3 % Kohlensäure 97 „ Stickstoff beträchtl. Mengen Wasserstoff	600	0,85

III. Erdgase.

Zur Untersuchung gelangten meist hochprozentige Methangase mit geringen Mengen Sauerstoff, Kohlensäure und Stickstoff. Da diese Gasproben nicht von uns selbst entnommen wurden, so konnte die Radioaktivität dieser Gase erst nach der Einlieferung (oft erst nach einigen Tagen) festgestellt werden; die angegebenen Werte des Emanationsgehaltes sind für die Gase also etwas zu niedrig angenommen.

Name	Aktivität in Volt-Stdn.	Heliumgehalt in Vol.-Proz.
Erdgas aus Neuengamme[2])	600	0,025
Erdgas aus Siebenbürgen .	2000	0,007

IV. Quellwasser und Quellsediment.

Von Quellwässern gelangte nur das Thermalwasser aus den Hauptstollen in Baden-Baden zur Untersuchung. Dies war deshalb von Wichtigkeit, da in diesen Stollen ebenfalls Quellgase zutage treten, deren direkte Entnahme jedoch wegen der hohen Temperatur im Stollen bis jetzt nicht möglich war. Da wohl anzunehmen war, daß ein Teil des Gases im Wasser gelöst sei, so wurde in der Nähe der Gasausströmung Wasser entnommen, dessen Analyse vielleicht Aufschluß über den Heliumgehalt dieses Quellgases geben konnte.

Von Mineralien stand uns bis jetzt kein heliumhaltiges Material zur Verfügung. Zur Vervollständigung dieser Arbeit untersuchten wir deshalb auf ähnlichem Wege Schlammsedimente der Klosterquelle. Die Zusammensetzung dieser stark radioaktiven Substanz wurde in früheren Zeiten bereits von Engler und Sieveking veröffentlicht.

1) Chem. News **72**, 89, 1895.

2) Es ist dies eine Bestätigung der Messungen von A. Voller u. B. Walter, Jahrb. d. Hamb. Wiss. Anst. XXVIII, 1910, Heft 5.

Name	Aktivität in L.-V.-Stdn.	Heliumgehalt
Thermalwasser aus dem Friedrichsstollen . . .	400	0,009
Schlamm der Klosterquelle	4000 pro 125 g	Spuren

Wenn wir nun zum Schlusse die Aktivität mit dem Heliumgehalt vergleichen, so kann man wohl einen Zusammenhang zwischen diesen beiden Erscheinungen vermuten. Die Umwandlung des Radiums in Helium macht es sehr wahrscheinlich, daß alle radioaktiven Quellen Helium enthalten. Im allgemeinen ist jedoch der Gehalt an diesem Gase der Radioaktivität nicht proportional. Moureu hat diesbezüglich zahlreiche Thermalquellen untersucht und konnte in den meisten Fällen einen erhöhten Helium- und Argongehalt finden, der zusammen eine Menge von 1—2 Volumprozent ausmachte. Er fand weiter, daß der Gehalt an seltenen Gasen ziemlich genau dem Stickstoffgehalt folgt und größtenteils 1,0—1,5 Volumprozent desselben ausmacht. Allerdings waren bei manchen Versuchen recht beträchtliche Ausnahmen wahrzunehmen.

Von einem hohen Heliumgehalt jedoch auf stark radioaktive Stoffe zu schließen, ist einstweilen nicht möglich; denn oft durchstreichen die Erdgase und Gewässer heliumreiche Gesteinsschichten und nehmen hierbei beträchtliche Mengen dieses Edelgases an die Oberfläche der Erde mit, was aber nicht in direktem Zusammenhange mit der Radioaktivität stehen muß. Möglicherweise aber indirekt, denn es ist kaum zweifelhaft, daß auch das in irdischen Gesteinen okkludiert enthaltene Helium radioaktiven Umwandlungen seinen Ursprung verdankt. Wagt man die Annahme, daß alles in der Natur vorhandene Helium radioaktiven Herkommens ist, so gibt uns das Spektrum der Sonne und zahlreicher gasförmiger Nebel Kunde davon, daß auf dem Zentralkörper unseres Planetensystems und in jenen fernen Nebeln, deren Spektrum außer einer Zahl unbekannter Linien deutlich die charakteristischen Linien des Heliums aufweisen, radioaktive Prozesse im Gange sind, oder einst im Gange waren, von unvergleichlich größerer Ausdehnung, als dieselben sich auf der Erde abspielen.

Herr Diplomingenieur Czako hat uns bei einer großen Anzahl von Versuchen freundlichst geholfen und über manche Schwierigkeit weggeholfen.

Karlsruhe i. Baden, Technische Hochschule, Juli 1912.

Diskussion.

Heydweiller: Ist es nicht eigentlich merk-

würdig, daß zwischen der Radioaktivität und dem Heliumgehalt sich gar kein Zusammenhang herausgestellt hat.

Sieveking: Das läßt sich wohl daraus erklären, daß die Gasentnahme aus den Stollen wegen der großen Hitze, 70°, sehr schwer ist.

Ebert: Diese Quellwässer sind ja schon durch ihren Lauf durch die Erdrinde entgast. Denn mitunter handelt es sich hierbei um ziemlich lange Wege. — Ich wollte fragen: Sind auch gleichzeitig Bestimmungen des Emanationsgehaltes gemacht worden? (Vortragender: Ja.) Da hat sich wohl auch kein direkter Zusammenhang mit dem Heliumgehalte ergeben? (Vortragender: Nein.) Das Helium ist also wohl schon zum großen Teile weggegangen?

Heydweiller: Das mag auch von der hohen Temperatur bedingt sein.

Edm. Hoppe (Hamburg), Zungenpfeifen mit konischen Ansatzrohren.

Seitdem Duhamel[1]) und Zamminer[2]) nachgewiesen hatten, daß die Eigentöne konischer, an beiden Seiten offener Röhren gleich seien den Eigentönen zylindrischer Röhren, hat man die konischen Ansatzrohre der Zungenpfeifen als äquivalent den zylindrischen behandelt und speziell die Resultate der Weberschen[3]) Versuche mit engen zylindrischen Ansatzrohren auf die konischen übertragen. Da die Untersuchungen v. Helmholtz' sich nur auf weiche Zungen beziehen, wie sie bei den Orgelpfeifen nicht vorkommen, ist die Helmholtzsche Theorie nicht anwendbar, wenn es sich um schwere metallische Zungen handelt. Die Versuche sind mit 4 Pfeifen: I. $n = 64$, II. $n = 61{,}36$, III. $n = 167{,}27$, IV. $n = 348$, und mit 10 Ansatzrohren ausgeführt, wo die Eigentöne der 10 Ansatzrohre folgende sind: 1. $n = 533{,}8$, 2. $n = 528{,}3$, 3. $n = 454{,}1$, 4. $n = 402{,}7$, 5. $n = 256{,}9$, 6. $n = 209{,}1$, 7. $n = 185{,}7$, 8. $n = 172{,}5$, 9. $n = 133{,}7$, 10. $n = 121{,}5$. Die folgende Tabelle I gibt eine Übersicht über die wirklichen Ergebnisse und deren Abweichung von den nach der Übertragung der Weberschen Versuche auf konische Rohre zu erwartenden Ergebnissen, welche in den Rubriken: „theoretisch" aufgeführt sind. Die Zahlen geben die wirklichen Tonhöhen, o bedeutet, daß keine Tonerniedrigung stattfinden sollte, ∞, daß der Ton verschwindet, ∞ unter einer Zahl bedeutet, daß der Ton anfangs erniedrigt war, aber dann ganz verschwand. Die in der Tabelle gegebenen Beobachtungen sind mit einem Winddruck 3,8 g pro Quadratzentimeter gemacht. Ein * in der Tabelle bedeutet, daß das Ansatzrohr neben der Erniedrigung auch noch die Resonanz mit seinem eigenen Grundton bietet. T. bedeutet Ton, kl. T. bedeutet kleiner ganzer Ton usw.

Um zu untersuchen, ob das rätselhafte Verschwinden etwa mit der Resonanz zusammenhänge, wurde ein Satz konischer Resonatoren für alle Obertöne von Pfeife I hergestellt. Hält man einen dieser Resonatoren in einer geringen Höhe über die Öffnung der Kanüle, so resonierte er lebhaft; wurde er aber aufgesetzt auf die Kanüle, so verschwand der Ton vollständig und nur das Geräusch des durchfließenden Windes war vernehmbar. Das gleiche Resultat zeigten Pfeife II und III. Dagegen tönte Pfeife IV mit allen Resonatoren ausgezeichnet, meist mit einer geringen Tonerniedrigung, in einem Falle mit Tonerhöhung um eine kleine Terz.

Ich vermutete, daß die Ursache dieser auffallenden Erscheinung in der Weite der unteren Öffnung der Resonatoren läge, daher schloß

Tabelle I.

Ansatzrohr	Pfeife I		Pfeife II		Pfeife III		Pfeife IV	
	beob.	theoret.	beob.	theoret.	beob.	theoret.	beob.	theoret.
1	60,8*	o	o*	o	158,1	½ T.	∞	Quart
2	60,0	o	60,0	o	156,7	½ T.	326,0 ∞	Quinte
3	∞	o	57,5	o	156,7	1 kl. T.	326,0 ∞	Sext.
4	59,0	o	o	o	158,0	1 gr. T.	∞	Sept.
5	56,8*	½ T.	58,9	½ T.	156,7	Quart	392,2	1 kl. T.
6	o*	½ T.	o*	½ T.	157*	Sext.	322,0 ∞	kl. Terz
7	60,8 ∞	1 kl. T.	o	½ T.	156,8	Sept.	335,0	Quart
8	o* ∞	1 gr. T.	59,1	1 kl. T.	160,2	Sept.	o	Quart
9	58,2	kl. Terz	57,5	1 gr. T.	162,5	o	320,5	½ T.
10	o	gr. Terz	o	kl. Terz	o	½ T.	337,1	1 kl. T.

1) Liouvilles, Journ. **14**, 98, 1849. 2) Pogg. Ann. **97**, 173, 1856. 3) Webers Werke I, 207, 257, 265, 276, 292.

ich die Kanüle mit einer Irisblende ab, welche jede beliebige Öffnung herzustellen gestattete. Bei allen 4 Pfeifen gibt es für jeden bestimmten Druck der Windlade ganz bestimmte Durchmesser der Öffnung, bei welcher der Ton verschwindet. Dieser Grenzwert betrug bei den ersten Pfeifen mehr als 5 mm bei 1,5 g Druck, während die untere Öffnung der Resonatoren 3 bis 4 mm Durchmesser hatte. Darum tönten sie bei Pfeife IV, aber nicht bei den drei ersten; ebenso erklären sich die meisten Tonauslöschungen in der Tabelle I auf diese Weise. Um sich ein Bild von dem Zustande der Schwingung zu verschaffen, betrachte man die beschleunigende Kraft. Für die elastische Zunge ist sie nach Euler $= a \cdot g$, wo a die Amplitude und g eine Konstante der entsprechenden Zunge ist. Für die Schwingungen der Luftsäule ist die Kraft $= a \cdot n \cdot r \tan \frac{(l+\alpha) n \pi}{c}$, wo a die Amplitude, welche für das an der Zunge liegende Maximum = der Amplitude der Zunge ist, n die Tonhöhe, r eine vom Barometer und Thermometer abhängige Konstante, $l + \alpha$ die Helmholtzsche reduzierte Länge, c die Schallgeschwindigkeit ist. Der Widerstand durch die angegebene Verengerung der Öffnung von der ursprünglichen Größe Q auf die neue Größe q ist proportional $Q - q$ und umgekehrt proportional a, also die ganze beschleunigende Kraft

$$K = a q - a n r \tan \frac{(l+a) n \pi}{c} - \beta \cdot \frac{Q-q}{a}. \quad (1)$$

Wenn $K = 0$ ist, kann also gesetzt werden

$$Q - q = \gamma \cdot a^2. \quad (2)$$

Geht man von einem bestimmten Wert $Q - q$ als richtig bestimmt aus und bezeichnet ihn mit Q_1, so ist

$$Q_n - Q_1 = \gamma (a_n^2 - a_1^2),$$

und da die Amplitude proportional dem Druck ist:

$$Q_n - Q_1 = \delta (d_n^2 - d_1^2). \quad (3)$$

Für eine Pfeife kann man also aus einer Beobachtung δ bestimmen und dann die folgenden Q_n berechnen. Die Resultate für Pfeife I und III gibt die Tabelle II wieder:

Tabelle II.

Pfeife I

Druck	Q_n beobachtet	Q_n berechnet	Differenz
1,5	1184,41	—	—
2,3	1185,5	1185,533	+0,033
3,8	1180,15	1188,915	−0,235
5,2	1193,44	1193,571	+0,131
6,1	1197,33	1197,31	−0,02

Pfeife III

1,5	143,68	—	—
2,3	146,34	146,529	+0,189
3,8	152,74	153,053	+0,313
5,2	167,07	166,917	−0,163
6,1	176,45	176,45	0

Für alle 4 Pfeifen ist dies Verhalten untersucht bei den verschiedensten Druckkräften und die entsprechenden Kurven konstruiert, indem der Druck als Abszisse, die Größe der Fläche Q_n als Ordinate aufgetragen wird. Die Kurven geben sehr exakt die Gleichung (3) wieder.

Die Gleichung (1) lehrt, daß für jede Pfeife durch Vergrößerung von Q_n der Ton abgedrosselt werden kann; aber auch wenn $Q - q = 0$ ist, kann doch $K = 0$ werden, wenn

$$g = n r \tan \varphi \quad (4)$$

ist. Je größer g ist, um so weniger leicht wird dieser Fall eintreten, aber je kleiner g, um so eher. Dies tritt ein bei Pfeife IV, weil hier die Zunge sehr zart und schmal ist. Daher erklären sich die Erscheinungen bei Ansatzrohr 1, 2, 3, 4 und 6 bei Pfeife IV durch Gleichung (4). Andererseits erhält man die größte Tonverstärkung durch das Ansatzrohr, wenn dasselbe mit seinem Grundton gleich dem Eigenton der Zunge ist, weil dann das zweite Glied in Gleichung (1) verschwindet, aber die weite Öffnung des konischen Rohres den Ton sehr verstärkt in die freie Luft entsendet. Für die praktische Herstellung solcher Pfeifen ergibt sich ferner die Forderung, jede Querschnittsverminderung zu vermeiden, um möglichst hohe Tonstärke zu bekommen.

Diskussion.

Ebert: Ich wollte mir nur die Bemerkung erlauben, daß die Pfeife, welche die Abweichung zeigt, hier eine andere Form hat, eine nachgiebige Wand. Das wird wohl Einfluß haben.

Hoppe: Ja, das kann sein.

v. Geitler: Ich möchte fragen, wie diese Erhöhung des Tones erklärt wird, die in dem einen Fall aufgetreten ist.

Hoppe: Das kommt wohl daher, daß der ursprüngliche Ton verschwindet und der Resonanzton allein erscheint, der sich aus dem Geräusch herausbildet, so daß wir es dann in dem Ansatzrohr mit der Kanüle mit einem resonierenden Rohr zu tun haben, das aus dem zischenden Geräusch den ihm entsprechenden Eigenton herausnimmt.

v. Geitler: Ob da nicht vielleicht die Erscheinung der Koppelung vorliegt und die Versuchsanordnung als gekoppeltes System aufzufassen ist, wobei in einigen Fällen der tiefere, in dem einen Falle der höhere der beiden Töne des gekoppelten Systems stärker auftritt.

Hoppe: Ja, das kann auch sein, es kann sehr wohl auch auf Koppelung beruhen; aber wir wissen über die Koppelung nichts, und deshalb halte ich die erste Erklärung für wahrscheinlicher.

König: Auch nach meiner Ansicht muß das ganze nach den Prinzipien der gekoppelten Systeme behandelt werden, aber man kennt die Koppelung nicht.

W. König (Gießen), Zur Theorie der Schneidentöne.

Unter Schneiden- oder Lamellentönen versteht man die Töne, die ein Luftstrom hervorbringt, wenn er gegen eine Schneide oder einen Keil stößt, also die Töne einer Lippenpfeife ohne Pfeifenraum. Über diese Erscheinung sind in den letzten Jahren eine Reihe interessanter Untersuchungen angestellt worden, so von Hensen, von Wachsmuth und seinen Schülern, ohne daß man jedoch bis jetzt einen klaren Einblick in die Entstehungsursachen dieser Töne gewonnen hätte. Als mir vor einiger Zeit Herr Göller aus Stuttgart eine von Herrn Wachsmuth angeregte Arbeit über Lamellentöne als Dissertation einreichte, hatte ich Veranlassung, mich mit dem Problem zu beschäftigen. Ich hörte bei dieser Gelegenheit zum ersten Male Lamellentöne, und ich muß gestehen, daß ich erstaunt war über die Präzision, mit der sich bei diesen Versuchen eine ganz bestimmte, von den Versuchsbedingungen abhängige Tonhöhe einstellt. Wenn man die Töne hört, so drängt sich einem die Vorstellung auf, daß für diese Einregulierung der Tonhöhe ein ganz bestimmtes und ganz einfaches Prinzip wirksam sein muß, ähnlich dem Resonanzprinzip, das die Bewegung einer Saite unter dem Strich eines Bogens auf die Eigenschwingungen der Saite einreguliert. Die bisherigen Erklärungen der Schneidentöne enthalten nichts von einem solchen Prinzip. Ein Körper mit Eigenschwingungen ist in diesem Falle nicht vorhanden, und ob man die Töne aus der Reibung der Luft an den Keilwänden oder aus den Pendelungen der Lamelle ableiten will, ich sehe nicht, daß man aus solchen Vorstellungen irgendeine greifbare Beziehung zur Tonhöhe gewinnen kann. Ich habe mir nun folgende Vorstellung darüber gebildet.

Wenn durch irgendeine Anregung an der Keilkante in der strömenden Lamelle eine Störung entsteht, etwa eine plötzliche Stauung, so wird eine Verdichtungswelle sich mit Schallgeschwindigkeit nach allen Seiten von der Kante aus verbreiten. Wenn sie an die Öffnung kommt, aus der der Luftstrom austritt, so wird sie hier eine Störung in der Ausströmungsgeschwindigkeit verursachen, die nun von dem Luftstrom mit seiner Strömungsgeschwindigkeit fortgetragen wird und an der Schneide eine neue Störung verursacht. Die Zeit zwischen der Störung und ihrer Wiederholung ist leicht zu berechnen. Ist a der Abstand der Öffnung von der Schneide, c die Schallgeschwindigkeit und v die Strömungsgeschwindigkeit der Lamelle, so beträgt die Zeit, die die Störung braucht, um von der Schneide bis zur Öffnung zu gelangen, a/c, und die Zeit, die sie braucht, um von der Öffnung nach der Schneide zurückzuwandern, a/v, die ganze Zeit der Periode also $\frac{a(c+v)}{c \cdot v}$. Wenn aber, wie es denkbar ist, die erste Verdichtung eine Verdünnung in der Lamelle erzeugt, so würde die zweite Störung eine Verdünnungswelle sein und erst die dritte Störung würde wieder eine Verdichtung sein. Dann wäre also die Zeit einer ganzen Periode $2 \cdot \frac{a(c+v)}{c \cdot v}$ oder die Schwingungszahl wäre $n = \frac{c \cdot v}{2a(c+v)}$. Da c auf alle Fälle sehr groß gegen v ist, so kann man dafür schreiben: $n = \frac{v}{2a}$.

Ich habe Herrn Göller veranlaßt, sein Beobachtungsmaterial auf diese Beziehung hin zu prüfen. Er hatte die Abhängigkeit der Tonhöhe von dem Abstand untersucht; seine Zahlen ergaben, daß in der Tat $a \cdot n$ sehr nahe konstant ist. Die Kurven, die diese Abhängigkeit darstellen, machen durchaus den Eindruck gleichseitiger Hyperbeln. Er hat ferner die Strömungsgeschwindigkeit aus der Menge des ausgeflossenen Gases und dem Querschnitt des Spaltes, durch den es ausströmte, beurteilt und fand, daß die Schwingungszahl mit der Strömungsgeschwindigkeit proportional ist. Endlich hat sich ergeben, daß der Faktor, mit dem man v/a multiplizieren muß, um n zu erhalten, zwischen 0,4 und 0,5 liegt für diejenigen Töne, die in größter Nähe der Öffnung entstehen. Diese Beobachtungen würden also durchaus zugunsten der vorgetragenen Anschauung sprechen. Daß der Faktor etwas keiner als $^1/_2$ ausfällt, kann durch eine ungenaue Bestimmung der Geschwindigkeit bedingt sein, oder auch dadurch, daß vielleicht der Ausgangspunkt der Störung nicht genau an der Kante liegt, sondern etwas dahinter.

Aber ich muß Ihnen nun doch gestehen, daß diese einfache Theorie nicht ausreicht, und daß die Erscheinungen wesentlich komplizierter sind. Die Tonbildung ist an bestimmte Grenzen gebunden. Sie beginnt nicht mit den höchsten hörbaren Tönen in ganz kleinen Abständen vom

Spalt, sondern erst bei einem Abstande von etwa 3 mm mit Schwingungszahlen von etwa 1000 bis 1500 je nach der Strömungsgeschwindigkeit. Von dieser Tatsache gibt die Theorie keine Erklärung. Vergrößert man von diesem Grenzabstande aus, den wir a_0 nennen wollen, den Abstand a, so sinkt die Tonhöhe nach dem angegebenen Gesetz, aber nur bis zu Abständen in der Nähe von $2a_0$. Dann springt die Tonhöhe auf etwas mehr als den ursprünglichen, für a_0 geltenden Wert, um bei weiterem Wachsen des Abstandes von neuem zu sinken und bei Abständen in der Nähe von $3a_0$ noch einmal in die Höhe zu schnellen und dann die Tonreihe ein drittes Mal zu durchlaufen. Für jedes dieser drei Intervalle ist nach den Messungen von Herrn Göller die Größe $\frac{a \cdot n}{v}$ sehr nahe konstant. Während aber die Konstante im ersten Intervall i. M. den Wert 0,42 hat, ist sie im zweiten Intervall ein wenig kleiner als 1, und im dritten Intervall ein wenig kleiner als 1,5[1]). Auch von diesen Eigentümlichkeiten gibt die einfache Theorie, die ich vorhin entwickelt habe, noch keine Rechenschaft. Ein Umstand, durch dessen Berücksichtigung sich die Theorie vervollständigen ließe, könnte der folgende sein. Die Geschwindigkeit, mit der eine Störung von der Kante nach der Öffnung fortschreitet, ist in der umgebenden ruhenden Luft gleich der Schallgeschwindigkeit c, in der Lamelle aber gleich $c - v$. Infolge dieser Differenz müssen beim Fortschreiten der Störung Druckdifferenzen zwischen dem Innern der Lamelle und ihrer Umgebung entstehen. Vielleicht sind diese die eigentliche Ursache für die Beeinflussung der Lamelle und damit für die Tonbildung. Vielleicht aber lassen sich auch die älteren Beobachtungen über die Pendelung der Lamelle zur weiteren Erklärung der Erscheinungen heranziehen und mit den obigen Anschauungen vereinigen. Darüber hoffen wir durch weitere experimentelle Untersuchungen Aufschluß zu gewinnen.

1) Das vollständige Material ist veröffentlicht in: R. Göller, Untersuchungen über Lamellentöne. Diss. Gießen, 1912.

Diskussion.

Ebert: Gerade bezüglich dieser Periodizität, wenn der Abstand variiert wird, möchte ich auf folgendes hinweisen: Wenn man ein Schlierenbild eines solchen Luftstrahles, der aus einer Düse ausströmt, erzeugt, so sieht man, daß er in regelmäßigen Abständen abgeteilt ist. Prandtl hat die Erscheinung damit erklärt, daß bei dem Ausfluß an den Düsenwänden Reflexionen eintreten, die zu stehenden Druckwellen führen; mir scheint, daß dadurch die periodische Wiederholung der Tonhöhe bei stetiger Entfernung der Schneide von der Öffnung erklärt werden könnte. Man sollte die Erscheinung einmal im Schlierenbilde aufnehmen.

König: Solche Bilder hat Wachsmuth aufgenommen. Aber mir scheint doch, daß diese Bilder nicht ganz leicht zu deuten sind.

Ebert: Das würde die Periodizität bei der stetigen Entfernung der Schneide von der Öffnung erklären.

Wien: Wenn man mit einem Stock durch die Luft schlägt, so bekommt man bekanntlich Töne, die um so höher werden, je schneller man den Stock bewegt. Wenn man also den Stock nicht bewegt und die Luft gegen ihn strömen läßt, so müßte man ebenfalls Töne erhalten. (Vortragender: Ja.) Man würde dann also Schneidentöne haben, ohne daß eine Ausströmungsöffnung und ein Abstand zwischen der Öffnung und der Schneide vorhanden ist? (Vortragender: Ja.) Darauf müßte die Theorie sich doch auch anwenden lassen.

Vortragender: Wenn man in das zweite Intervall hineinkommt, wo die Töne sich wiederholen, sieht das so aus, als ob in der Lamelle sich eine Art Knotenstelle entwickelt. Die Beziehung zwischen ihr und der Schneide könnte vielleicht eine gewisse Parallele zu den von Strouhal untersuchten Hiebtönen bilden. Ich bin aber noch nicht dazu gekommen, die Betrachtungen darauf auszudehnen.

Wien: Das müßte man mal untersuchen.

Kaufmann: Eine Periodizität ist in jedem Strahl auch ohne Schneide vorhanden, jeder ausströmende Strahl pendelt hin und her und löst sich in Wirbel auf. Die Schlierenbilder, die Wachsmuth in Kassel zeigte, zeigten das sehr schön. Ähnliches ist kürzlich in Göttingen an Wasserstrahlen bei Prandtl gemacht worden, da sieht man auch die Wirbel sehr gut. Wenn man in eine solche periodische Wirbelreihe eine Schneide hineinbringt, so wäre es denkbar, daß die Wirbel periodisch abwechselnd nach rechts und links herausgeschossen werden wie Rauchringe, was bei genügender Frequenz als Ton empfunden wird. Ich weiß freilich nicht auswendig, ob diese Dinge auch der Größenordnung nach mit diesen hier übereinstimmen.

Vortragender: Im wesentlichen ist das die ältere Theorie von Wachsmuth. Aber eine bestimmte Beziehung zur Tonhöhe ist da nicht herauszurechnen. Auch müßte, wenn im Strahl immer dieselben Wirbel in den gleichen Intervallen aufeinanderfolgen, die Tonhöhe doch wohl unabhängig vom Abstand sein. Das ist aber nicht der Fall. Also so einfach scheint das

hier mit der Wirbelbewegung nicht erklärbar zu sein.

Heydweiller: Was Herr Kaufmann eben sagt, geht in der Tat aus den Wachsmuthschen Bildern schon hervor, die noch im Rostocker Institut vorhanden sind. Da ist das abwechselnde Ausweichen der auftretenden Wirbel nach der einen und der anderen Seite der Schneide sicher festzustellen. — Was die Änderung der Tonhöhe bei der Änderung des Abstandes von der Schneide betrifft, so könnte das nach der älteren Helmholtzschen Theorie damit zusammenhängen, daß die Tonhöhe von der Länge der schwingenden festen Lamelle abhängt. Helmholtz hat solche Lamellen als steif behandelt. Ich erinnere mich, daß er das in der Vorlesung getan hat.

Vortragender: Wenn diese Erklärung ausreichend wäre, so kann ich es doch gar nicht verstehen, warum trotzdem so viele Menschen sich den Kopf darüber zerbrochen haben, wie die Dinge eigentlich vor sich gehen.

Heydweiller: Ja, es wäre viel angenehmer, auch didaktisch würde es viel vorteilhafter sein, wenn Ihre einfache und schöne Erklärung zuträfe.

Barkhausen: Der Ton, der entsteht, wenn man mit dem Stock durch die Luft schlägt, also ein Peitschenton, ist wohl zweifellos auf die periodische Ablösung von Wirbeln zurückzuführen, wobei die Schnur oder der Draht meist mit schwingt und die Tonhöhe dadurch reguliert, z. B. bei der Äolsharfe. Da ist von keiner Entfernung die Rede. Hier ist aber neu, daß die Laufzeit der Störung die Regulierung der Schwingungsdauer übernimmt. — Hört nicht unter einer bestimmten Entfernung a_0 der Ton auf? (Vortragender: Ja.) Das wird dann wohl in folgendem seinen Grund haben: Bekanntlich verstärkt sich eine kleine Störung bei einem ausströmenden Strahl infolge des labilen Zustandes mit wachsender Entfernung immer mehr, ein Phänomen, das bei Wasserstrahlen im hydraulischen Mikrophon und bei Gasstrahlen in den empfindlichen Flammen benutzt wird. Bei zu kleinen Entfernungen wird eine geringe Störung an der Ausflußöffnung bis zur Schneide hin nicht genügend verstärkt, um rücklaufend an der Ausflußöffnung wieder eine Störung von der ursprünglichen Stärke zu bewirken. Das wäre aber bei einer stationären Tonerzeugung erforderlich.

P. Paul Liesegang (Düsseldorf), Über eine neue optische Versuchsanordnung.

Wenn man ein Strahlenbündel mittels zweier Spiegel, die unter 45 Grad gegeneinander angeordnet sind, zur Seite ablenkt, so wird das Bündel in sich um 90 Grad gedreht, und besteht es aus polarisiertem Licht, so findet gleichzeitig eine Drehung der Polarisationsebene um 30 Grad statt. In Fig. 1 sind M

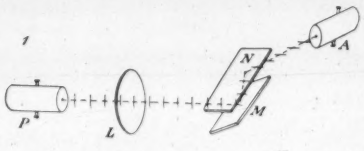


Fig. 1.

und N die beiden Spiegel, L eine Linse, P der Polarisator; die Polarisationsebene ist durch Striche angedeutet, die zuerst senkrecht verlaufen, nach der doppelten Spiegelung wagrecht. Ein Analysator A, dessen Polarisationsebene parallel zu derjenigen des Polarisators steht, wird das Licht also nicht durchlassen. In Fig. 2 ist zum Vergleich an Stelle des

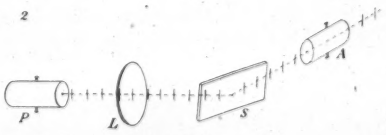


Fig. 2.

Spiegelpaares ein einfacher Spiegel S gesetzt, der keine Drehung herbeiführt, so daß der Analysator hier für das Licht offen steht.

Wirft man nach der doppelten Spiegelung das Licht durch einen dritten Spiegel O (Fig. 3)

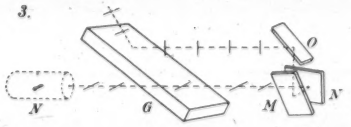


Fig. 3.

gegen den Polarisator zurück, der hierbei reichlich groß sein muß — also etwa ein Glasplattensatz G —, so wird dieser die Strahlen absperren. Eine solche Anordnung stellt eine Art Lichtfalle dar. Da der Glasplattensatz schlecht polarisiert, wird man bei der Durchführung des Versuches zur Reinigung ein Nicolsches Prisma N vor oder hinter den Satz einschalten. Die Lichtfalle läßt sich vollkommener machen durch Zurückführung der Strahlen auf die ursprüngliche Richtung; das kann gemäß Fig. 4 geschehen durch einen

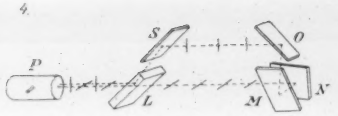


Fig. 4.

Spiegel S und einen Glasplattensatz L, der ebenso wie der Spiegel unter dem Polarisationswinkel angeordnet ist. Während dieser Satz (wenn er ideal arbeitet) anfangs alles Licht durchläßt, wird er jetzt alles gegen den Polarisator P reflektieren, da ja die Polarisationsebene um 90 Grad gedreht ist, und dieser wird wiederum gegen das zurückkehrende Licht geschlossen sein. Drehen wir den Nicol um 90 Grad, so nehmen die Strahlen den umgekehrten Verlauf: zuerst Reflexion am Glasplattensatz L, dann Spiegelung und Rückkehr durch den Satz hindurch mit gedrehter Polarisationsebene. Zur Demonstration wird man als Polarisator an Stelle des Nicols einen Glasplattensatz nehmen, der (wie in Fig. 3) das zurückkehrende und abgesperrte Licht durch die Reflexion erkennen läßt. Das Spiegelpaar $M\,N$ führt eine kleine seitliche Verschiebung des Strahlenganges herbei, die man durch entsprechendes Neigen der anderen Spiegel und Glasplatten ausgleicht. Um die dadurch bewirkte Abweichung möglichst gering zu machen, rückt man die Spiegel $M\,N$ sehr nahe zusammen und macht andererseits den Abstand des oberen Strahlenganges vom unteren recht groß.

Eine Spielerei ähnlicher Art zeigt Fig. 5.

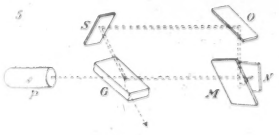


Fig. 5.

Das aus dem Nicol P austretende Licht geht durch den Glasplattensatz G, trifft die beiden unter 45 Grad gegeneinander angeordneten Spiegel $M\,N$ und wird mittels zweier weiterer Spiegel O und S wieder gegen den Satz geworfen, der die Strahlen reflektiert, da die Polarisationsebene um 90 Grad gedreht ist. Das Licht läuft nun zum zweiten Male rund, erleidet abermals eine Drehung der Polarisationsebene und wird dann durch den Satz D hinausgelassen. Eine andere Zusammenstellung von Glasplattensätzen und Spiegeln führt zu einer Umwandlung polarisierten Lichtes in natürliches Licht (Fig. 6). Die aus dem Polarisator P kommenden Strahlen werden durch den unter 45 Grad angeordneten Glasplattensatz B in zwei gleichstarke Teile zerlegt. Der reflektierte Teil erhält durch zwei Spiegel C und D einen zur alten Richtung parallelen Verlauf, wobei die Polarisationsebene um 90 Grad gedreht wird; infolgedessen wird der Glasplattensatz F, der unter dem Polarisationswinkel angeordnet ist, alles Licht hindurchlassen. Das andere Strahlenbündel wird unter Aufrechterhaltung der Polarisationsebene durch den Spiegel E und den in diesem Falle total reflektierenden Glasplattensatz F in die gleiche Richtung gebracht. In dem Licht, das nun in den Analysator A eintritt, sind zwei senkrecht aufeinander stehende Polarisationsebenen vertreten und es verhält sich daher wie natürliches Licht. — Wenn es sich bei diesen Kombinationen auch um Spielereien handelt, so mag doch das Prinzip zur Veranschaulichung des Begriffes der Polarisationsebene gelegentlich von Nutzen sein.

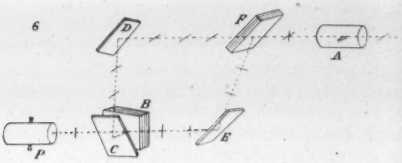


Fig. 6.

Aus der gemeinsamen Sitzung der Abteilungen für Physik und Mathematik:

David Hilbert (Göttingen), Begründung der elementaren Strahlungstheorie.

Die Theorie der linearen Integralgleichungen hat, wie bekannt, in der Analysis, der Geometrie und in der Mechanik die mannigfaltigste Anwendung gefunden und zu einer Reihe neuer und tiefliegender Ergebnisse auf diesen mathematischen Wissensgebieten geführt[1]). Auch für die theoretische Physik erweist sich dieses mathematische Hilfsmittel von hoher Bedeutung.

In einer Abhandlung „Begründung der kinetischen Gastheorie“[2]) habe ich mittels der Theorie der linearen Integralgleichungen gezeigt, wie auf Grund der Maxwell-Boltzmannschen Fundamentalformel — der sogenannten Stoßformel — ein systematischer Aufbau der kinetischen Gastheorie möglich wird,

1) Vgl. D. Hilbert, Grundzüge einer allgemeinen Theorie der linearen Integralgleichungen. Leipzig und Berlin 1912.

2) l. c. Kap. XXII, sowie Math. Ann. 1912.

derart, daß es nur einer konsequenten Durchführung der durch die Methode vorgeschriebenen mathematischen Operationen bedarf, um den Beweis des zweiten Wärmesatzes, den Boltzmannschen Ausdruck für die Entropie des Gases, die Bewegungsgleichungen mit Berücksichtigung der inneren Reibung und der Wärmeleitung, sowie die Theorie der Diffusion mehrerer Gase zu erhalten. Zugleich gewinnen wir bei der weiteren Entwicklung der Theorie die genauen Bedingungen, unter denen der Satz von der Gleichverteilung der Energie auf die intramolekularen Parameter gültig ist, sowie einen neuen Satz über die Bewegung der Gase mit zusammengesetzten Molekülen, welcher aussagt, daß die Kontinuitätsgleichung der Hydrodynamik allemal in einem weit allgemeineren Sinne wie gewöhnlich gültig ist, nämlich auch dann, wenn wir im Gase in jedem Augenblick nur diejenigen Moleküle als vorhanden ansehen, deren intramolekulare Parameter sämtlich die nämlichen bestimmten Werte haben bzw. in bestimmten Wertintervallen liegen und allemal für diese die Kontinuitätsgleichung fordern.

Indessen gibt es ein anderes physikalisches Wissensgebiet, dessen Prinzipien von mathematischer Seite noch gar nicht untersucht worden sind und zu dessen Begründung, wie ich neuerdings gefunden habe, jenes mathematische Hilfsmittel der Integralgleichungen ebenso notwendig ist — ich meine die elementare Strahlungstheorie und verstehe hierunter denjenigen phänomenologischen Teil der Strahlungstheorie, der unmittelbar auf den Begriffen der Emission und Absorption beruht und in den Kirchhoffschen Sätzen über das Verhältnis zwischen Emission und Absorption gipfelt.

Die folgenden Ausführungen haben zunächst das Ziel, aus den elementaren wohldefinierten Begriffen der Emission und der Absorption die Kirchhoffschen Sätze theoretisch zu beweisen; dieses Ziel kann ohne Heranziehung der Integralgleichungen nicht erreicht werden: in der Tat stellen sich die bisher vorliegenden Beweisversuche für die Kirchhoffschen Sätze als ungenügend heraus.

Der xyz-Raum sei kontinuierlich mit Materie erfüllt, die überall ruhe und die gleiche konstante Temperatur besitze, so daß auch die Wärme sich nirgends bewege. Der Austausch von Energie finde lediglich durch Strahlung statt, die wir uns überall von gleicher konstanter Schwingungszahl denken wollen. Die physikalische Beschaffenheit der Materie ist dann an jeder Stelle xyz in strahlungstheoretischer Hinsicht durch folgende drei Koeffizienten charakterisiert:

1. Geschwindigkeit des Lichtes als Funktion des Ortes xyz:

$$q = q(xyz).$$

Durch diese Funktion allein sind bereits die möglichen Lichtwege oder Strahlen, längs deren der Energietransport stattfindet, mathematisch vollständig bestimmt: nämlich als die Minimalkurven des Variationsproblems

$$\int_{x_1 y_1 z_1}^{xyz} \frac{ds}{q} = \text{Min.},$$

wo

$$ds = \sqrt{dx^2 + dy^2 + dz^2}$$

das Bogenelement des Strahles und $x_1 y_1 z_1$, xyz irgendzwei Punkte im Raume bedeuten. Denken wir uns nun durch den Punkt $x_1 y_1 z_1$ sämtliche Strahlen konstruiert und auf jedem derselben vom Punkte $x_1 y_1 z_1$ aus derart eine Strecke abgemessen, daß das Integral

$$\int_{x_1 y_1 z_1}^{xyz} \frac{ds}{q}$$

allemal den gleichen Wert erhält, so ist einem Satze von Gauß zufolge der Ort der Endpunkte eine Fläche, die sämtliche von $x_1 y_1 z_1$ ausgehenden Strahlen orthogonal schneidet. Nunmehr konstruieren wir längs eines jener Strahlen, etwa des von $x_1 y_1 z_1$ nach xyz gehenden Strahles, einen Kegel mit der Spitze in $x_1 y_1 z_1$

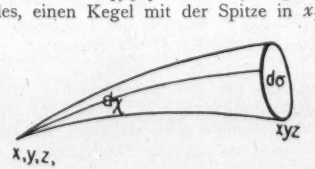


Fig. 1.

und der kleinen räumlichen Winkelöffnung $d\chi$; derselbe möge aus jener Orthogonalfläche ein Flächenstück von dem Inhalte $d\sigma$ ausschneiden: der Wert, dem sich der Quotient $d\sigma : d\chi$ in der Grenze nähert, wenn jener Kegel sich auf den Verbindungsstrahl von $x_1 y_1 z_1$ und xyz selbst zusammenzieht, möge kurz mit $\frac{d\sigma}{d\chi}$ bezeichnet werden; $\frac{d\sigma}{d\chi}$ ist offenbar eine Funktion von x_1, y_1, z_1; x, y, z. Es werde noch

$$\frac{1}{q^2(xyz)} \frac{d\sigma}{d\chi} = S(x_1 y_1 z_1,\ xyz) \qquad (1)$$

gesetzt. Diese Funktion S der beiden Punkte $x_1 y_1 z_1$ und xyz besitzt eine unter besonderen Voraussetzungen aus der Optik her bekannte, aber auch allgemein bereits erörterte Eigenschaft[1]), die ich kurz folgendermaßen ausspreche:

1) Vgl. Straubel, diese Zeitschr. **4**, 114, 1903.

Symmetriesatz. Die Funktion S ist symmetrisch in bezug auf die beiden Punkte $x_1 y_1 z_1$ und xyz.

Ist q überall konstant, etwa $= 1$, so sind die Strahlen sämtlich gerade Linien und die Funktion S wird nichts anderes als das Quadrat der Entfernung der beiden Punkte $x_1 y_1 z_1$ und xyz.

2. Der Emissionskoeffizient als Funktion des Ortes

$$\eta = \eta(xyz).$$

Durch denselben drückt sich die Energie aus, welche an irgendeiner Stelle xyz erzeugt und von dort aus gleichmäßig nach allen Richtungen hin und fortdauernd ausgestrahlt wird, und zwar ist die während der Zeit dt im Volumenelement

$$dv = dx\,dy\,dz$$

erzeugte und von dort in dem räumlichen Winkel $d\chi$ ausgestrahlte Energie gleich

$$\frac{1}{4\pi}\eta\,dt\,dv\,d\chi. \qquad (2)$$

3. Absorptionskoeffizient α als Funktion des Ortes xyz

$$\alpha = \alpha\,(xyz).$$

Durch denselben drückt sich die Schwächung aus, welche die Energie beim Transport längs des Strahles erfährt, und zwar erleidet die Energiemenge E während des Transportes längs des Kurvenelementes ds die Abnahme

$$dE = \alpha E\,ds; \qquad (3)$$

so daß aus der Energiemenge E_1, wenn sie von dem Punkte $x_1 y_1 z_1$ längs des Strahles nach dem Punkte xyz wandert, bei Ankunft in xyz stets die kleinere Energiemenge

$$E = E_1\, e^{-\left|\int_{x_1 y_1 z_1}^{xyz} \alpha\, ds\right|}$$

oder

$$E = E_1\, e^{-A} \qquad (4)$$

geworden ist, wo zur Abkürzung

$$A = \left|\int_{x_1 y_1 z_1}^{xyz} \alpha\, ds\right|$$

bedeutet.

Die Koeffizienten q, η, α seien durchweg positiv.

Die wichtigste Frage, die nun entsteht, ist die nach der Möglichkeit des thermischen Gleichgewichtes bzw. nach den Bedingungen, die etwa zwischen den drei Koeffizienten q, η, α nötig sind, damit thermisches Gleichgewicht statthat.

Um diese Frage zu entscheiden, berechnen wir zunächst die gesamte Energiedichte, die bei unseren Annahmen infolge der Emission und Absorption der Materie an irgendeiner Stelle xyz besteht. Die während der Zeit dt bei $x_1 y_1 z_1$ aus dem Volumenelement

$$dv_1 = dx_1\,dy_1\,dz_1$$

im räumlichen Winkel $d\chi$ emittierte Energiemenge ist nach (2)

$$\frac{1}{4\pi}\eta(x_1 y_1 z_1)\,dt\,dv_1\,d\chi;$$

mit Rücksicht auf die Absorption kommt hiervon wegen (4) nur die Energiemenge

$$\frac{1}{4\pi}\eta(x_1 y_1 z_1)\,dt\,dv_1\,d\chi\,e^{-A}$$

in der Umgebung des Punktes xyz an. Diese Energiemenge, da sie während dt den Weg $ds = q\,dt$ zurücklegt, erfüllt hier am Punkte xyz ein rechtwinkliges Parallelepiped vom Inhalte

$$d\sigma \cdot q\,dt;$$

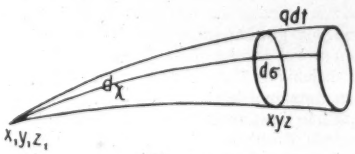


Fig. 2.

daher ergibt sich für die Dichte der vom Volumenelement dv_1 emittierten Energie im Punkte xyz

$$\frac{\frac{1}{4\pi}\eta(x_1 y_1 z_1)\,dt\,dv_1\,d\chi\,e^{-A}}{d\sigma \cdot q\,dt}$$

und dies ist ein Ausdruck von der Form

$$\Delta\,dv_1,$$

wo Δ die Bedeutung hat:

$$\Delta = \frac{1}{4\pi q}\frac{d\chi}{d\sigma}\eta(x_1 y_1 z_1)\,e^{-A}$$

oder bei Einführung der Funktion S nach (1)

$$\Delta = \frac{\eta(x_1 y_1 z_1)\,e^{-A}}{4\pi q^3 S}.$$

Die gesuchte Gesamtdichte u der Strahlungsenergie im Punkte xyz ergibt sich hiernach durch Integration über x_1, y_1, z_1 wie folgt:

$$u = \int \Delta\,dv_1, \qquad (5)$$

d. h.

$$u = \frac{1}{4\pi q^3}\iiint \frac{e^{-A}}{S}\,\eta(x_1 y_1 z_1)\,dx_1\,dy_1\,dz_1; \qquad (6)$$

das dreifache Integral rechter Hand ist hier über den ganzen mit Materie erfüllten Raum zu erstrecken, der überdies teilweise noch mehrfach überdeckt zu nehmen ist — entsprechend dem Umstande, daß die von dem Punkte xyz ausgehenden Strahlen sich im allgemeinen jenseits ihrer zu xyz konjugierten Punkte, d. h. der ihnen gemeinsamen Enveloppe schneiden und mithin die Energie vom Punkte $x_1 y_1 z_1$

auf mehreren verschiedenen Wegen nach xyz hin gelangt: in dem einfachen Raume sind eben S und A im allgemeinen nicht als eindeutige Funktionen von xyz und $x_1y_1z_1$ anzusehen.

Die fundamentale Bedeutung der Formel (6) wird erhellen, wenn wir nunmehr die Bedingung des thermischen Gleichgewichtes einführen. Zu dem Zwecke bedenken wir, daß die während der Zeit dt aus dem Volumenelement dv emittierte Energie

$$\eta\, dt\, dv \tag{7}$$

einen Wärmeverlust für das Volumenelement dv ausmacht, der, wenn thermisches Gleichgewicht bestehen soll, gerade durch denjenigen Wärmegewinn ausgeglichen werden muß, der durch die während dt in dv absorbierte Energie insgesamt hervorgerufen wird. Um letztere Energie zu finden, benutzen wir das vorhin erhaltene Resultat, wonach derjenige Teil der Energiedichte im Punkte xyz, der von der Emission des Volumenelementes dv_1 herrührt, den Wert $A\, dv_1$ besitzt; diese von dv_1 herrührende Energie durchströmt das Volumenelement dv in der durch den Verbindungsstrahl zwischen xyz und $x_1y_1z_1$ bezeichneten Richtung. Wäre nun das Volumenelement dv von der Gestalt eines rechtwinkligen Parallelepipeds, dessen eine Kante parallel jener Richtung liegt, so daß die Energie durch die eine rechteckige Seitenfläche des Parallelepipeds eintritt und durch die gegenüberliegende Seitenfläche austritt, so könnten wir diesen stationären Energiefluß innerhalb des Parallelepipeds auch als Kreislauf für ein und dieselbe Energiemenge auffassen, indem wir uns denken, daß jedes Energieteilchen bei seiner Ankunft an der Austrittsstelle momentan wieder an seine Eintrittsstelle versetzt wird. Da $A\, dv_1$ die Dichte der strömenden Energie ist, so zirkuliert auf diese Weise innerhalb des Parallelepipeds die Energiemenge $A\, dv_1\, dv$ und da sie während der Zeit dt den Weg

$$ds = q\, dt$$

zurücklegt, so wird nach der Definition (3) des Absorptionskoeffizienten während dt innerhalb dv die Energiemenge

$$\alpha \cdot A\, dv_1\, dv \cdot q\, dt$$

absorbiert. Hat das Volumenelement dv nicht die vorhin angenommene Gestalt, so können wir dennoch dv in lauter solche Parallelepipede zerlegen, deren eine Kante parallel der Strahlrichtung läuft; die Anwendung des eben gefundenen Ausdruckes auf jedes dieser Parallelepipede und ihre Summation läßt dann erkennen, daß der erhaltene Ausdruck für die absorbierte Energie allgemein gültig ist. Aus diesem Ergebnis finden wir die gesuchte, während dt in dv absorbierte Gesamtenergie durch Integration und mit Rücksicht auf (5) wie folgt:

$$\alpha q\, dv\, dt \int A\, dv_1 = \alpha q u\, dv\, dt.$$

Die Vergleichung mit (7) liefert

$$\eta = q\alpha u$$

oder

$$u = \frac{\eta}{q\alpha},$$

und mithin erhalten wir aus (6) die gesuchte Bedingung für das thermische Gleichgewicht in der Gestalt:

$$\eta - \frac{\alpha}{4\pi q^2} \iiint \frac{e^{-A}}{S} \eta(x_1y_1z_1)\, dx_1\, dy_1\, dz_1 = 0. \tag{8}$$

Diese in x, y, z identisch zu erfüllende Gleichung fordert eine Beziehung zwischen den drei physikalischen Koeffizienten q, η, α und stellt, falls wir q und α als Funktion des Ortes gegeben ansehen, für η eine homogene lineare Integralgleichung zweiter Art dar, deren Kern

$$K(xyz, x_1y_1z_1) = \frac{e^{-A}}{S} = \frac{e^{-\left|\int_{xyz}^{x_1y_1z_1} \alpha\, ds\right|}}{S(x_1y_1z_1, xyz)} \tag{9}$$

eine stets positive Funktion der beiden Variabeltripel x, y, z und $x_1y_1z_1$ ist, die überdies in bezug auf letztere wegen des anfangs ausgesprochenen Symmetriesatzes symmetrisch ausfällt. Da ferner die Funktion S beim Zusammenrücken der beiden Punkte $x_1y_1z_1$ und xyz wie das Quadrat ihrer Entfernung zu Null wird, so wird der Kern K alsdann nur von der zweiten Ordnung unendlich und dieser Umstand bewirkt — da es sich um eine Integralgleichung im dreidimensionalen Raume handelt —, daß die allgemeine Theorie der Integralgleichungen anwendbar ist. Weiterhin wird K nur dann unendlich, wenn $x_1y_1z_1$ und xyz zwei konjugierte Punkte eines Strahles sind, da in diesem Fall S verschwindet. Auch diese Singularität des Kernes — derselbe wird hier von der $^1/_2$ten Ordnung unendlich — bildet kein Hindernis für die Anwendung der allgemeinen Theorie der Integralgleichungen, wie späterhin durch eine genauere mathematische Untersuchung erhärtet werden soll.

Wenn insbesondere unser System derart ist, daß nirgends auf einem Strahle zwei konjugierte Punkte vorkommen, so möge dasselbe als brennfrei bezeichnet werden.

Nunmehr kommt alles darauf an, festzustellen, ob die soeben gefundene homogene orthogonale Integralgleichung (8) für η eine von Null verschiedene Lösung besitzt.

Wir nehmen an, daß unser System ganz

im Endlichen liege und von Wänden eingeschlossen ist, die entweder schwarz sind oder spiegeln. Dabei ist eine Wand als schwarz definiert, wenn der Absorptionskoeffizient α bei der Annäherung an einen Punkt $(xyz)^*$ über alle Grenzen wächst und zwar derart, daß das Integral

$$\int^{(xyz)^*} \alpha \, ds$$

auf jedem nach $(xyz)^*$ laufenden Strahle unendlich wird. Die Eigenschaft des Spiegelns kann analytisch dadurch zum Ausdruck gebracht werden, daß q an der Wand unendlich wird. Doch soll im folgenden einfach q bis an die Wand heran endlich und für den Strahl die Gültigkeit des Reflexionsgesetzes angenommen werden.

Setzen wir in der Integralgleichung (8)

$$\eta = \frac{\alpha \varphi}{q^2}$$

ein, so erhält dieselbe die Gestalt:

$$\varphi(xyz) - \frac{1}{4\pi} \int\int\int \frac{\alpha(x_1 y_1 z_1)}{q^2(x_1 y_1 z_1)} K\varphi(x_1 y_1 z_1) \, dx_1 \, dy_1 \, dz_1 = 0$$

oder, wenn wir — wie es fortan der Kürze halber stets geschehen soll — die Argumente $x_1 y_1 z_1$ durch den unteren an den betreffenden Ausdruck zu setzenden Index 1 bezeichnen:

$$\varphi - \frac{1}{4\pi} \int \frac{\alpha_1}{q_1^2} K\varphi_1 \, dv_1 = 0. \qquad (10)$$

Diese Integralgleichung besitzt nun die Lösung $\varphi = 1$. In der Tat wegen

$$dv_1 = ds_1 \, d\sigma_1 = ds_1 \frac{d\sigma_1}{d\chi_1} d\chi_1 = q_1^2 S \, ds_1 \, d\chi_1 \qquad (11)$$

wird:

$$\int \frac{\alpha_1}{q_1^2} K \, dv_1 = \int\int \alpha_1 e^{-\int_0^{s_1} \alpha_1 \, ds_1} ds_1 \, d\chi_1,$$

wo das Integral für $d\chi_1$ über die Oberfläche der Einheitskugel und das Integral für ds_1 von $s_1 = 0$ längs des ganzen Strahles zu erstrecken ist. Wenn nun ein Strahl auf der schwarzen Wand endigt, so wird unserer Festsetzung zufolge

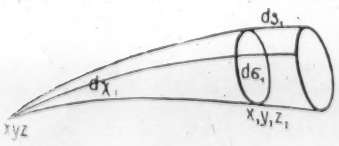


Fig. 3.

$$\int_0 \alpha_1 \, ds_1 = \infty;$$

in jedem anderen Falle — wegen der Reflexion an der spiegelnden Wand — wird der Strahl unendlich lang; da aber α wegen unserer Annahme als stetige überall positive Ortsfunktion gewiß nicht unter einen gewissen positiven Minimalwert herabsinken kann, so ist auch in diesem Falle das Integral

$$\int_0 \alpha_1 \, ds_1 = \infty.$$

Wegen

$$\alpha_1 e^{-\int_0^{s_1} \alpha_1 \, ds_1} = -\frac{d}{ds_1} e^{-\int_0^{s_1} \alpha_1 \, ds_1}$$

folgt mithin

$$\int_0 \alpha_1 e^{-\int_0^{s_1} \alpha_1 \, ds_1} ds_1 = 1;$$

demnach erhält das obige Integral den Wert 4π und mithin ist in der Tat

$$1 - \frac{1}{4\pi} \int \frac{\alpha_1}{q_1^2} K \, dv_1 = 0. \qquad (12)$$

Da somit $\varphi = $ konst. eine Lösung von (10) ist, so befriedigt die Funktion

$$\eta = \frac{\alpha}{q^2} \text{ konst.}$$

die Integralgleichung (8); hierdurch haben wir erkannt, daß in unserem Systeme ein thermischer Gleichgewichtszustand möglich ist, nämlich für

$$\frac{q^2 \eta}{\alpha} = \text{konst.} \qquad (13)$$

oder bei Einführung der Energiedichte u, wenn

$$q^3 u = \text{konst.} \qquad (14)$$

ist.

Nachdem wir somit die Möglichkeit eines thermischen Gleichgewichtszustandes erkannt haben, fragt es sich, ob das Bestehen dieser Gleichung (13) auch umgekehrt für das thermische Gleichgewicht notwendig ist, d. h. ob die Integralgleichung (8) keine andere Lösung außer

$$\eta = \frac{\alpha}{q^2} \text{ konst.}$$

oder daß die Integralgleichung (10) nur die eine Lösung $\varphi = $ konst. zuläßt. Dieser Nachweis gelingt nun in der Tat; zu dem Zwecke machen wir zunächst die Annahme, daß unser System brennfrei und die sämtlichen umschließenden Wände schwarz seien. Vermöge (12) läßt sich die Integralgleichung (10) in die Form bringen[1]):

1) Die folgende Schlußweise ist derjenigen nach-

$$\int \frac{\alpha_1}{q_1^2} K(\varphi_1 - \varphi) dv_1 = 0; \qquad (15)$$

hieraus erhalten wir durch Multiplikation mit $\frac{\alpha}{q^2}\varphi$ und Integration über x, y, z die Gleichung

$$\int\int \frac{\alpha\alpha_1}{q^2 q_1^2} K \varphi(\varphi_1 - \varphi) dv dv_1 = 0$$

und, indem wir x, y, z bzw. mit $x_1 y_1 z_1$ gegenseitig vertauschen:

$$-\int\int \frac{\alpha\alpha_1}{q^2 q_1^2} K \varphi_1(\varphi_1 - \varphi) dv dv_1 = 0.$$

Durch Addition beider Gleichungen ergibt sich

$$\int\int \frac{\alpha\alpha_1}{q^2 q_1^2} K(\varphi_1 - \varphi)^2 dv dv_1 = 0$$

und folglich ist notwendigerweise

$$\varphi_1 - \varphi = 0,$$

d. h.

$$\varphi = \text{konst.}; \qquad (16)$$

damit ist der Kirchhoffsche Satz, wie er in den Formeln (13) und (14) seinen Ausdruck findet, bewiesen.

Wenn die Materie nicht von schwarzen, sondern von lauter spiegelnden Wänden eingeschlossen ist, so läßt sich, selbst wenn das System nicht brennfrei ist, der Nachweis für die Notwendigkeit von (16) sehr einfach auf folgende Art führen. Es nehme die Funktion φ im Punkte xyz ihren kleinsten Wert μ an; da die Konstante eine Lösung von (10) ist, so wird auch die nirgends negative Funktion

$$\psi = \varphi - \mu$$

eine Lösung dieser Integralgleichung (10); dieselbe sagt für den Punkt xyz aus, daß

$$\int \frac{\alpha_1}{q_1^2} K \psi_1 dv_1 = 0$$

sein muß; daher ist durchweg:

$$\psi = 0, \text{ d. h. } \varphi = \mu.$$

Diese Schlußweise behält ihre Kraft, auch wenn der Punkt xyz auf die spiegelnde Wand fällt, da für einen solchen Punkt die Integralgleichung (10) gültig bleibt, wenn man rechts zum Integral den Faktor 2 hinzusetzt.

Im allgemeinen Fall, wenn das System nicht brennfrei ist und teils von schwarzen, teils von spiegelnden Wänden umschlossen wird, liegt, wie schon vorhin angedeutet worden ist, eine mathematische Schwierigkeit in der Bedeutung der vorkommenden Integrale, da dann der von der Materie ausgefüllte Raum R durch die von xyz ausgehenden sich mehrfach treffenden Strahlen mehrfach überdeckt wird und die Integration für x_1, y_1, z_1 über den so entstehenden mehrfach überdeckten Raum $\bar{R}$ zu erstrecken ist.

Es bezeichne f irgendeine stetige Funktion von xyz und $x_1 y_1 z_1$, die schon im einfachen Raume R eindeutig ist; dann wollen wir zeigen, daß das Integral

$$\int \frac{\alpha_1}{q_1^2} K f d\bar{v}_1 \qquad (17)$$

einen Sinn hat und daß dasselbe als Grenzwert eines über den einfach bedeckten Raum R zu erstreckenden Integrales dargestellt werden kann; dabei ist durch die — fortan stets zu benutzende — Bezeichnung $d\bar{v}_1$ angedeutet worden, daß die Integration für x_1, y_1, z_1 über den mehrfach bedeckten Raum $\bar{R}$ zu erstrecken ist.

Vermöge (11) erhalten wir für (17) die Darstellung

$$\int \frac{\alpha_1}{q_1^2} K f d\bar{v}_1 = \int\int_0 \alpha_1 e^{-\int_0^{s_1} \alpha_1 ds_1} f ds_1 d\chi_1, \qquad (18)$$

die wir zugleich als die Definition des Integrales (17) aufzufassen haben; sie zeigt, daß dieses Integral einen endlichen bestimmten Wert besitzt. Andererseits: wenn l eine positive endliche Zahl bedeutet, dann gilt wiederum vermöge (11) die Formel

$$\int^{(l)} \frac{\alpha_1}{q_1^2} K f d\bar{v}_1 = \int\int_0^l \alpha_1 e^{-\int_0^{s_1} \alpha_1 ds_1} f ds_1 d\chi_1, \qquad (19)$$

wobei durch das Zeichen (l) links über dem Integral angedeutet wird, daß die Integration für $x_1 y_1 z_1$ nunmehr nur über denjenigen Teil des mehrfach überdeckten Raumes $\bar{R}$ erstreckt werden soll, dessen Punkte $x_1 y_1 z_1$ mit dem festen Punkte xyz durch Strahlen von einer Länge $\leq l$ verbunden sind. Unter der Voraussetzung, daß q eine analytische Ortsfunktion ist, und die spiegelnden Wände ebenfalls durch analytische Funktionen dargestellt werden, läßt sich zeigen, daß es auf einem Strahle durch xyz von der endlichen Länge l nur eine endliche Anzahl zu jenem Punkte konjugierter Punkte gibt — entsprechend der bekannten Tatsache, daß die Eigenwerte eines Systems von linearen Differentialgleichungen ohne singuläre Stellen sich im Endlichen nicht häufen. Demnach gibt es auch nur eine endliche Anzahl analytischer Flächenstücke, auf denen S verschwindet und die für den Integrationsbereich des Integrals linker Hand in (19) in Betracht kommen. Infolgedessen läßt sich dieses Integral auch in der Gestalt

gebildet, die zur Untersuchung der analogen Frage für die Integralgleichung der Gastheorie dient; sie ist, wie letztere, mir zuerst von Herrn Dr. E. Hecke angegeben worden.

$$\int \frac{a_1}{q_1^2} \overset{(l)}{(\Sigma K)} f \, d\bar{v}_1$$

darstellen, wo das Integral lediglich über den einfachen Raum R zu erstrecken ist und der Ausdruck

$$\overset{(l)}{\Sigma} K$$

die endliche Summe derjenigen Werte des Kerns K bedeutet, die den sämtlichen von xyz nach $x_1 y_1 z_1$ hinführenden Strahlen von einer Länge $< l$ entsprechen.

Diese Summe erweist sich als eine Funktion von x, y, z; x_1, y_1, z_1, die bei festgehaltenen Werten von xyz auch im einfachen Raume R der Variabeln x_1, y_1, z_1 eindeutig ist und nur auf einer endlichen Anzahl analytischer Flächen unendlich wird; sie ist überdies in bezug auf x, y, z und x_1, y_1, z_1 symmetrisch. Aus (18) und (19) folgt

$$\int \frac{a_1}{q_1^2} K f \, d\bar{v}_1 = \lim_{(l=\infty)} \int \frac{a_1}{q_1^2} \overset{(l)}{(\Sigma K)} f \, dv_1 .$$

Multiplizieren wir diese Formel mit $\frac{a}{q^2}$ und integrieren dann nach xyz, und zwar lediglich über den einfachen Raum R, so entsteht die Gleichung

$$\int\int \frac{a a_1}{q^2 q_1^2} K f \, dv \, dv_1 = \lim_{(l=\infty)} \int\int \frac{a a_1}{q^2 q_1^2} \overset{(l)}{(\Sigma K)} f \, dv \, dv_1 ,$$

hierbei ist die Integration rechter Hand für die Variabeln x, y, z; x_1, y_1, z_1 über den einfachen sechsdimensionalen Raum (R, R_1) zu erstrecken und die unter dem Integral rechter Hand stehende Summe ist für jeden endlichen Wert von l nach den obigen Ausführungen eine eindeutige Funktion in diesem Raume, die nur auf einer endlichen Anzahl fünfdimensionaler analytischer Räume unendlich wird.

Die gleiche Schlußweise führt uns andererseits zu der Formel

$$\int\int \frac{a a_1}{q^2 q_1^2} K f \, d\bar{v} \, d\bar{v}_1 = \lim_{(l=\infty)} \int\int \frac{a a_1}{q^2 q_1^2} \overset{(l)}{(\Sigma K)} f \, dv \, dv_1 ,$$

wo $d\bar{v}$ linker Hand anzeigt, daß die Integration für xyz über den mehrfach überdeckten Raum R zu erstrecken ist. Der Vergleich der beiden zuletzt erhaltenen Formeln führt uns schließlich zu der Gleichung:

$$\int\int \frac{a a_1}{q^2 q_1^2} K f \, dv \, d\bar{v}_1 = \int\int \frac{a a_1}{q^2 q_1^2} K f \, dv \, dv_1 .$$

Nehmen wir insbesondere

$$f = \varphi (\varphi_1 - \varphi),$$

so haben wir

$$\left.\begin{aligned} &\int\int \frac{a a_1}{q^2 q_1^2} K \varphi (\varphi_1 - \varphi) \, dv \, d\bar{v}_1 \\ &= \int\int \frac{a a_1}{q^2 q_1^2} K \varphi (\varphi_1 - \varphi) \, d\bar{v} \, dv_1 . \end{aligned}\right\} \quad (20)$$

Nunmehr sind wir imstande, den gewünschten Nachweis rasch zu Ende zu führen. Ist φ eine der Gleichung

$$\varphi - \frac{1}{4\pi} \int \frac{a_1}{q_1^2} K \varphi_1 \, d\bar{v}_1 = 0$$

genügende Funktion, so ziehen wir hieraus und aus

$$1 - \frac{1}{4\pi} \int \frac{a_1}{q_1^2} K \, d\bar{v}_1 = 0$$

wie vorhin in dem einfachsten Falle die Folgerung

$$\int\int \frac{a a_1}{q^2 q_1^2} K \varphi (\varphi_1 - \varphi) \, dv \, d\bar{v}_1 = 0 \quad (21)$$

und wegen (20) ist mithin auch

$$\int\int \frac{a a_1}{q^2 q_1^2} K \varphi (\varphi_1 - \varphi) \, d\bar{v} \, dv_1 = 0 .$$

Vertauschen wir hierin gegenseitig xyz bzw. mit $x_1 y_1 z_1$, so entsteht die Gleichung

$$-\int\int \frac{a a_1}{q^2 q_1^2} K \varphi_1 (\varphi_1 - \varphi) \, dv \, d\bar{v}_1 = 0 . \quad (22)$$

Durch Addition der beiden Gleichungen (21) und (22) ergibt sich

$$\int\int \frac{a a_1}{q^2 q_1^2} K (\varphi_1 - \varphi)^2 \, dv \, d\bar{v}_1 = 0$$

und folglich ist

$$\varphi_1 = \varphi ,$$

d. h.

$$\varphi = \text{konst.}$$

Damit haben wir den Beweis für den folgenden Satz vollständig erbracht:

Wenn irgendein Raum durch Wände, die teils schwarz, teils spiegelnd sein sollen, abgeschlossen ist und die darin befindliche Materie sich in ruhendem Zustande und thermischem Gleichgewicht befindet, so ist an jeder Stelle

$$q^3 u = \frac{q^2 \eta}{a} ,$$

und diese Größe hat notwendigerweise einen vom Orte, d. h. von der physikalischen Beschaffenheit der Materie und von der Umgebung der Stelle unabhängigen Wert; derselbe ist also eine universelle Funktion der Temperatur und der Schwingungszahl.

Dieser Satz erscheint hier als eine tiefliegende mathematische Wahrheit, deren Inhalt durch das physikalische Experiment gefunden und auf Grund physikalischer Kombinationen vorausgesagt worden ist, dessen Beweis aber erst mittels der Theorie der Integralgleichungen möglich wird. Er ist der wichtigste der Kirchhoffschen Sätze; die übrigen Kirchhoffschen Sätze sind unmittelbare Folgerungen.

Wir wollen zunächst die Energie berechnen, die während der Zeit dt durch das Flächenelement df innerhalb des räumlichen Elementarkegels $d\chi_1$ hindurchströmt, wenn dessen Mittellinie L mit der Normale von df den Winkel ϑ einschließt. Zu dem Zwecke konstruieren wir denjenigen Elementarzylinder, der df und ein zu df paralleles Flächenelement zu Grundflächen hat und durch gerade Linien von der Länge $q\,dt$ und von der Richtung der Mittellinie L erzeugt wird; das Volumen dieses Elementarzylinders ist

$$dv = df \cdot \cos\vartheta\, q\, dt. \qquad (23)$$

Die gesuchte Energie erhalten wir dann gleich derjenigen Energie, die sich in diesem Elementarzylinder befindet und denselben innerhalb des räumlichen Winkels $d\chi_1$ durchströmt. Letztere Energie ist aber zufolge unserer früheren Darlegungen gleich dem Ausdrucke

$$\int_0^\infty (A\, d\sigma_1)\, ds_1 \cdot dv, \qquad (24)$$

worin

$$A = \frac{1}{4\pi q}\frac{d\chi}{d\sigma}\eta_1 e^{-A}$$

zu nehmen ist. Da nach dem Symmetriesatze

$$\frac{1}{q^2}\frac{d\sigma}{d\chi} = \frac{1}{q_1^2}\frac{d\sigma_1}{d\chi_1}$$

ist, so haben wir auch

$$A = \frac{1}{4\pi q^3}\frac{d\chi_1}{d\sigma_1} q_1^2 \eta_1 e^{-A}$$

und da nach dem Kirchhoffschen Satze

$$\frac{q_1^2\eta_1}{\alpha_1} = \frac{q^2\eta}{\alpha}$$

ist, so wird auch

$$A = \frac{\eta}{4\pi q\alpha}\frac{d\chi_1}{d\sigma_1}\alpha_1 e^{-A}.$$

Unter Benutzung dieses Wertes für A wird der Ausdruck (24) gleich

$$\frac{\eta}{4\pi q\alpha} d\chi_1 \int_0^\infty \alpha_1 e^{-A}\, ds_1 \cdot dv = \frac{\eta}{4\pi q\alpha} d\chi_1\, dv$$

oder wegen (23) gleich

$$\frac{\eta}{4\pi\alpha}\cos\vartheta\, dt\, df\, d\chi_1,$$

d. h. die Helligkeit H der Strahlung ist

$$H = \frac{\eta}{4\pi\alpha} = \frac{qu}{4\pi};$$

damit ist auch der bekannte Zusammenhang zwischen der Helligkeit und der Energiedichte der Strahlung bewiesen worden.

Ebenso folgt nunmehr leicht der von M. Planck formulierte Satz, wonach derjenige Teil der von einem Volumenelement emittierten Energie, welcher in einem anderen Volumenelement absorbiert wird, stets gleich demjenigen Teil der von letzterem emittierten Energie ist, der im ersteren Volumenelement absorbiert wird.

Wir haben bisher stets die Koeffizienten q, η, α als stetig veränderlich mit dem Orte angenommen, während gerade in den Experimenten am häufigsten die sprungweise Änderung dieser Koeffizienten beim Durchgang durch die Grenzflächen von Körpern mit physikalisch verschiedener Beschaffenheit vorkommt: doch läßt sich diese sprungweise Unstetigkeit der Koeffizienten nachträglich leicht durch eine Limesbetrachtung erledigen, so daß die aufgestellten Sätze sämtlich ihre Gültigkeit bewahren.

Unsere Theorie bezog sich auf den Ruhezustand der Materie und das thermische Gleichgewicht. Lassen wir Bewegung der Materie oder der Wärme zu, so tritt im allgemeinen auch eine Bewegung der Strahlung ein und die gewonnenen Kirchhoffschen Sätze bedürfen dann einer Modifikation. Im vorstehenden sind die Prinzipien einer solchen „Kinetik der Strahlung“ bereits mit enthalten: die Bewegung von Materie bzw. die Wärmeleitung kommt nämlich im wesentlichen in der Art zur Geltung, als ob im Raume noch besonders Wärmequellen und Wärmesenken angebracht seien und an Stelle der homogenen linearen Integralgleichung (8) für η tritt alsdann die inhomogene lineare Integralgleichung

$$\eta - \frac{\alpha}{4\pi q^2}\int K\, \eta_1\, dv_1 = w, \qquad (25)$$

wobei w die Dichte der örtlichen Wärmezu- und -abfuhr bezeichnet — in dem Sinne, daß $w\, dt\, dv$ die während dt dem Volumenelement dv zugeführte Wärme ausdrückt. Da die homogene Integralgleichung die einzige Lösung

$$\eta = \frac{\alpha}{q^2}\ \text{konst.}$$

zuläßt, und wegen der oben festgestellten Eigenschaften des Kernes die allgemeine Theorie der Integralgleichungen anwendbar ist, so besitzt die inhomogene Integralgleichung (25) dann und nur dann eine Lösung, wenn die sogenannte Orthogonalitätsbedingung

$$\int w\, dv = 0$$

erfüllt ist, d. h. wenn die Gesamtzufuhr der Wärme Null beträgt. Hierin liegt die grundlegende Bedeutung des Kirchhoffschen Satzes für die Theorie der Bewegung der Strahlung und analog, wie in der Gastheorie die Theorie der Bewegung des Gases sich auf die inhomogene Integralgleichung, wie sie aus der Max-

well-Boltzmannschen Stoßformel entspringt, in konsequenter Weise aufbauen läßt, bildet die inhomogene Integralgleichung (25) das Fundament für die Kinetik der Strahlung.

Diskussion.

P. Koebe weist auf ein in der Form der Fragestellung verwandtes Problem von zentraler Bedeutung hin, welches im Gebiete der Riemann-Helmholtzschen Raumtheorie bzw. Bolyai-Lobatschefskischen Geometrie auftritt und dessen vollständige Lösung mit der Lösung des in neuerer Zeit viel erörterten und vollständig gelösten sogenannten Uniformisierungsproblems der Funktionstheorie äquivalent ist.

Es handelt sich darum, in einer gegebenen Riemannschen Fläche oder überhaupt zweidimensionalen Riemannschen Mannigfaltigkeit, d. i. einer in bezug auf ihre topologischen Verhältnisse und die Winkelmessung in ihr definierten Mannigfaltigkeit, die sonst völlig beliebig sein kann, z. B. auch unendlich hohen Zusammenhang haben kann, vermittels einer zu definierenden Ortsfunktion q eine Maßbestimmung (absolute Maßbestimmung) so zu erklären, daß dem Riemann-Helmholtzschen Postulat der freien regionalen Beweglichkeit genügt wird und daß die den Hilbertschen analogen Minimumslinien (nichteuklidische Geraden) die Eigenschaft besitzen, beiderseits unendlich lang zu sein, sofern sie nicht, was vorkommt, in sich selbst zurücklaufen. Insbesondere die letzte Bedingung, welche die Rolle einer Grenzbedingung übernimmt, entspricht genau der von Hilbert gestellten Randbedingung der vollständigen Absorption. Es ergibt sich nun für die genannte Fragestellung der nichteuklidischen Geometrie der fundamentale Satz, daß es auf eine und nur eine Weise möglich ist, eine Maßbestimmung mit den verlangten Eigenschaften aufzustellen. Die Fragestellung kann auch als ein die partielle Differentialgleichung $\Delta u = e^u$ oder die Flächen konstanten Krümmungsmaßes betreffendes Problem formuliert werden.

Hilbert: Diese Uniformierungsfunktion zu finden, ist eines der schwierigsten mathematischen Probleme. Man kann das so auffassen, als ob Raum und Winkel um jeden Punkt herum gegeben sind, nicht die geraden Linien, und nun soll man q so bestimmen, daß diese geraden Linien unendlich lang werden. Für denjenigen, der nicht Kenner dieser speziellen mathematischen Theorie ist, hat es nur Interesse, zu erfahren, daß da wieder eine gewisse prästabilierte Harmonie herrscht zwischen der physikalischen Wirklichkeit und den höchsten Problemen der mathematischen Analysis.

Sommerfeld: Wir haben wohl alle den Eindruck, daß hier alles wunderschön zusammenstimmt. Um Mißverständnissen vorzubeugen, möchte ich nur sagen: Bei weiterer Verfolgung dieses Weges kann man wohl nicht hoffen, zur Ableitung des Strahlungsgesetzes zu gelangen (Hilbert: Nein, Nein!).

v. Smoluchowski: Ich habe mich in einer Jugendarbeit mit diesen Dingen beschäftigt und kann den ungeheuren Fortschritt, der durch Herrn Geheimrat Hilbert geschehen ist, schätzen. Die Physiker werden ihm dafür dankbar sein. — Ich möchte fragen, wie würde sich die Sache stellen, wenn man die Abhängigkeit der Emission von der Wellenlänge in Betracht zieht. Hier war die Voraussetzung, daß die Wellenlänge konstant ist. Wenn man die Strahlung aus Strahlen verschiedener Wellenlänge in Betracht ziehen würde, wie würde es sich dann gestalten? Hat Herr Geheimrat Hilbert die Erweiterung in Betracht gezogen?

Hilbert: Dieser Punkt ist durch meine Methode mit erledigt; es liegt keine Schwierigkeit darin. Die Größen η, q, α hängen in Wahrheit außer vom Orte x, y, z auch von der Schwingungszahl ν und der Temperatur ϑ ab, habe also diese fünf Variablen x, y, z, ν, ϑ als Argumente und erhalte dann darin das Schlußresultat, daß $\frac{\eta q^2}{\alpha}$ nicht konstant, sondern eine Funktion von ν und ϑ wird; das ist ja das Resultat, das man haben will.

W. Nernst (Berlin), Der Energieinhalt der Gase.

Für den Energieinhalt fester Körper haben wir unter gewissen einfachen Bedingungen die beiden Formeln, die sich beide auf konstantes Volumen beziehen:

$$E_v = 3R \frac{\beta\nu}{e^{\frac{\beta\nu}{T}} - 1};$$

$$C_v = \frac{dE_v}{dT} = \frac{3}{2} R \frac{\left(\frac{\beta\nu}{T}\right)^2 e^{\frac{\beta\nu}{T}}}{\left(e^{\frac{\beta\nu}{T}} - 1\right)^2}, \qquad (1)$$

$$E_v = \frac{3}{2} R \left(\frac{\beta\nu}{e^{\frac{\beta\nu}{T}} - 1} + \frac{\frac{\beta\nu}{2}}{e^{\frac{\beta\nu}{2T}} - 1} \right);$$

$$C_v = \frac{dE_v}{dT} = \frac{3}{2} R \left(\frac{\left(\frac{\beta\nu}{T}\right)^2 e^{\frac{\beta\nu}{T}}}{\left(e^{\frac{\beta\nu}{T}} - 1\right)^2} + \right. \qquad (2)$$

$$\left. + \frac{\left(\frac{\beta\nu}{2T}\right)^2 e^{\frac{\beta\nu}{2T}}}{\left(e^{\frac{\beta\nu}{2T}} - 1\right)^2} \right).$$

In obigen Gleichungen bedeutet R die Gaskonstante, β die Konstante der Planckschen Strahlungsformel, ν die Schwingungszahl des Atoms; T die absolute Temperatur, C_v die Atomwärme bei konstantem Volum.

Die erste ist von Einstein theoretisch abgeleitet worden; da sie aber durch die Erfahrung sich nicht hinreichend bestätigen ließ, so haben Lindemann und ich die zweite Formel aufgestellt, die nicht mehr Konstanten enthält und nicht nur den Verlauf der Atomwärme vollkommen wiedergibt, sondern auch mit den optisch bestimmten ν-Werten im Einklang sich befindet.

Nachdem die Frage nach dem Energieinhalt fester Körper, wenigstens für gewisse einfache Fälle, praktisch wohl vollkommen gelöst worden ist (wenn die theoretische Deutung der Formel (2) bisher auch nur provisorischer Natur ist), und da die Flüssigkeiten ein in vieler Hinsicht so kompliziertes Verhalten zeigen, daß die gegenwärtige Forschung hier manchen Fragen noch machtlos gegenübersteht, so ergab sich als nächstliegende Frage die nach dem Energieinhalt der Gase. Im folgenden werde ich zeigen, daß auch diese Frage als in den letzten Jahren von meinen Mitarbeitern und mir bis zu einem gewissen Grade beantwortet angesehen werden darf.

§ 1. Reduktion auf den idealen Gaszustand. Um diejenigen Komplikationen zu vermeiden, die der Flüssigkeitszustand (und zwar in noch viel höherem Grade) bietet, müssen wir die spezifische Wärme der Gase, sei es, daß sie bei konstantem Druck, sei es bei konstantem Volumen, gemessen wurde, auf den idealen Gaszustand reduzieren. Dies ist möglich mit Hilfe der beiden Formeln, die der zweite Wärmesatz liefert:

$$C_p - C_v = T \frac{\partial p}{\partial T} \cdot \frac{\partial v}{\partial T}, \qquad (3)$$

$$\frac{\partial C_v}{\partial v} = T \frac{\partial^2 p}{\partial T^2} \qquad (4)$$

unter Benutzung der vortrefflichen Zustandsgleichung von Daniel Berthelot. Für ideale Gase, bei denen die Gleichung

$$p v = R T$$

gilt, folgt aus (3) und (4):

$$C_p - C_v = R = 1{,}985 \text{ cal.}$$

Auf Einzelheiten in dieser Beziehung wollen wir hier nicht eingehen und ich möchte nur betonen, daß für exakte theoretische Untersuchungen die Reduktion auf den idealen Gaszustand durchaus nötig ist und auch mit völliger Sicherheit erfolgen kann. Die Berthelotsche Zustandsgleichung setzt uns in den Stand, Molekularwärmen für konstantes Volumen und konstanten Druck für beliebige, allerdings nicht zu große Dichten aus kritischem Druck und kritischer Temperatur zu berechnen, wenn bei einem bestimmten Druck eine zuverlässige Messung für die betreffende Temperatur vorliegt.

§ 2. Experimentelle Methoden. Auch hierüber muß ich mich heute ganz kurz fassen und ich muß mir versagen, auf die Arbeiten meiner Schüler Voller, Levy, Keutel, Thibaut, sowie auf eigene Arbeiten, die die spezifische Wärme von Gasen betreffen, hier einzugehen; nur auf zwei Methoden möchte ich hinweisen, von denen die eine für sehr hohe, die andere für sehr tiefe Temperaturen brauchbar ist. Es ist nämlich den vieljährigen Bemühungen von Pier gelungen, die von Bunsen, Le Chatelier und andern benutzte Explosionsmethode sehr zu verfeinern und Bjerrum, der diese Arbeiten fortsetzte, gelangen weitere Verbesserungen und vor allem die Ausdehnung bis auf mehr als 3000 Grad. So sind wir über den Verlauf der spezifischen Wärme für eine Anzahl Gase bis zu sehr hohen Temperaturen recht genau orientiert. Für sehr tiefe Temperaturen hat Eucken Anfang dieses Jahres eine Methode ausgearbeitet, die die spezifische Wärme eines Gases bei konstantem Volum ergibt und auf dem Kunstgriff beruht, daß bei sehr tiefen Temperaturen die Wärmekapazität eines Stahl- oder Kupfergefäßes, welches das zu untersuchende Gas enthält, äußerst klein wird. Natürlich versagt diese Methode bei Temperaturen, bei denen der Dampfdruck des betreffenden Gases auf eine Atmosphäre und weniger herabsinkt; zur Ergänzung wäre eine Methode von hohem Werte, welche die spezifische Wärme eines Gases bei sehr kleinen Drucken (z. B. 0,001 mm) zu messen gestattet, was an sich durchaus möglich erscheint. In der nachfolgenden Tabelle finden sich einige Resultate unserer Messungen, natür-

teils unter Benutzung der älteren Versuchsergebnisse von Regnault, E. Wiedemann, Strecker, Holborn und Henning u. a.

Gas	Wert für starre Moleküle	Celsiustemperatur					
		0°	100°	200°	500°	1200°	2000°
A	2,978	2,98	2,98	2,98	2,98	3,0	3,0
J	2,978	—	—	—	—	3,0	3,0
N_2, O_2, HCl, CO	4,963	4,90	4,93	5,17	5,35	5,75	6,22
H_2	4,963	4,75	4,78	5,02	5,20	5,6	6,0
Cl_2	4,963	5,85	5,88	6,12	6,30	6,9	7,4
H_2O	5,955	5,93	5,97	6,45	6,95	8,6	12,1
CO_2, SO_2	5,955	6,80	7,43	8,53	9,43	11,1	11,5
NH_3	5,955	6,62	6,82	7,41	8,52	—	—
$(C_2H_5)_2O$	5,955	ca. 32	32,6	41,6	—	—	—

§ 3. Einatomige Gase. Alle bisherigen Messungen seit Kundt und Warburg stimmen hier darin überein, daß die Beziehung

$$E_v = \frac{3}{2} RT \qquad (5)$$

und daher

$$C_v = \frac{3}{2} R = 2{,}978 \qquad (6)$$

durchaus zutrifft; die obige Tabelle bestätigt dies Resultat für Argon und Jod bis zu sehr hohen Temperaturen. Bekanntlich ergibt sich dies Resultat, wenn wir das Gesetz von der gleichmäßigen Verteilung der Energie auf einen einatomigen, nicht rotierenden Massenpunkt anwenden; wir haben dann drei Freiheitsgrade, von denen jeder den Betrag $\frac{R}{2} T$ an Energie besitzt. Trotzdem können wir gegenwärtig die Gleichung (5) nicht mehr als völlig exakt ansehen, denn da der Zusammenstoß zweier Atome, die wir uns ja auch elektrisch geladen vorstellen können, notwendig mit Richtungsänderungen ihrer vorher geradlinigen Bewegungen verbunden ist und somit eine Strahlung liefern muß, so folgt mit Notwendigkeit, daß bei tiefen Temperaturen anstatt der Gleichung (5) Gleichungen, wie den Formeln (1) oder (2) analog sind, gelten müssen. Natürlich ist es damit verträglich, daß bei gewöhnlichen Temperaturen die Gleichung (6) praktisch vollkommen exakt gilt. Eine Methode zur theoretischen Berechnung liegt nicht vor; die Annahme, die mir gesprächsweise von verschiedenen Fachgenossen geäußert wurde, daß man nämlich in erster Annäherung die Zahl der Zusammenstöße eines Atoms mit den andern Atomen als ν-Wert in den Formeln (1) und (2) annehmen dürfe, stimmt mit den Tatsachen nicht; da z. B. für Wasserstoff von Atmosphärendruck bei gewöhnlicher Temperatur sich hieraus

$$\nu = \frac{183900}{0{,}0000185} = 10^{10}; \quad \beta\nu = 0{,}48^0$$

ergeben würde, so hätte man zu folgern, daß bei der Dilatation von Wasserstoff, der auf z. B. 100 Atmosphären komprimiert ist, woselbst $\beta\nu = 48^0$ sein würde, eine Abkühlung von mehr als 10^0 erfolgen müßte; im Gegenteil findet sogar unter diesen Umständen eine, wenn auch äußerst schwache Erwärmung statt. Aber auf einem andern Wege können wir zeigen, daß bei Gasen für die Energie der fortschreitenden Bewegung das Gesetz der gleichen Energieverteilung

$$\frac{m_1 u_1^2}{2} = \frac{m_2 u_2^2}{2}$$

(m Maße, u mittlere Geschwindigkeit des Atoms) sehr genau gelten muß, indem ja diese Gleichung die Vorbedingung für die Gültigkeit des Gesetzes von Avogadro ist. Dies Gesetz ist aber mit Hilfe der chemischen Analyse durch die bekannten Arbeiten von D. Berthelot in Paris und Ph. Guye in Genf sehr genau verifiziert worden. Wir können so z. B. schließen, daß, wenn wir Wasserstoff und Sauerstoff unter Normalbedingungen (bei tiefen Temperaturen natürlich in überhitztem Zustande) uns bis zum absoluten Nullpunkt abgekühlt denken, ein von Verlust der Energie fortschreitender Bewegung herrührender Abfall der spezifischen Wärme erst bei so tiefen Temperaturen erfolgen kann, daß wir die Gleichung (5) bis auf etwa ein Promille als sicher ansehen können, Gleichung (6) also erst wenige Zehntel Grad oberhalb des absoluten Nullpunktes ungültig werden kann. Unsere Hauptfrage nach dem Energieinhalt der Körper können wir also mit sehr großer Genauigkeit für einatomige Gase als beantwortet ansehen. Trotzdem scheint mir eine Theorie des soeben erwähnten als wahrscheinlich anzusehenden Abfalls der spezifischen Wärme bei ganz tiefen Temperaturen, wenn er auch experimentell vielleicht direkt nie nachweisbar sein wird, doch auch von praktischer Wichtigkeit, weil eine solche Theorie zu einer Dampfdruckformel und daher auch zur theoretischen Bestimmung der sogenannten chemischen Konstanten der Gase führen dürfte.

Aber auch bei sehr hohen Temperaturen werden die Gleichungen (5) und (6) aller Wahrscheinlichkeit nach versagen müssen, und zwar sogar aus zwei ganz verschiedenen Gründen. Wenn man sich nämlich fragt, warum denn einatomige Gase keine Rotationsenergie besitzen, so erscheint mir die Erklärung hierfür darin zu liegen, daß eine solche Rotation eine unzulässige Strahlung liefern würde; da die Atome

wahrscheinlich doch sehr viel kleiner als ihre bereits sehr kleinen sogenannten Wirkungssphären sind, so würde eine solche Rotation bei gewöhnlichen Temperaturen ebenso fortfallen müssen, wie die Rotation des zweiatomigen Wasserstoffs (vgl. w. u.) schon bei relativ mäßiger Abkühlung aufhört, und es ist umgekehrt zu erwarten, daß bei sehr hohen Temperaturen auch die einatomigen Gase Rotationsenergie werden aufnehmen müssen. Die bisherigen Messungen zeigen allerdings, daß auch bei 2000° dies noch nicht eintritt, und es ist mir auch kein Mittel bekannt, um zu einer Schätzung dieses Anstiegs der Atomwärme zu gelangen.

Besser sind wir bezüglich eines zweiten Grundes daran, der ebenfalls im Sinne eines Anstieges wirken muß; im Sinne der Formel (1) oder wahrscheinlicher (2) müssen nämlich die Elektronen, welche die Linienspektren erzeugen, einen merklichen Beitrag zur spezifischen Wärme liefern; beim Helium müßte bei 4000° der Anstieg, von seinen roten Linien herrührend, schon gerade merklich sein. Bei ca. 30000° müßte Helium sogar sehr hohe Atomwärmen annehmen.

§ 4. Zweiatomige Gase. Ein zweiatomiges starres Gasmolekül besitzt bekanntlich 5 Freiheitsgrade[1]) und es folgt hier

$$C_v = \frac{5}{2} R = 4{,}963.$$

In der Tat findet sich, wie unsere Tabelle lehrt, für H_2, O_2, N_2 erst innerhalb eines ziemlich weiten Temperaturintervalls dieser Wert nahe erfüllt. Bei hohen Temperaturen muß, bevor eine Dissoziation einsetzt, ein Schwingen der Atome um ihre Ruhelage einsetzen, und dies bedingt sowohl im Sinne der Formeln (1) oder (2) wie auch im Sinne ihrer Planckschen Deutung durch die Energiequanten ein Ansteigen, das sich in unserer Tabelle auch überall deutlich zeigt. Relativ leichter dissoziierbare Gase, wie die Halogene, besitzen schon bei Zimmertemperatur höhere Werte als den Normalwert.

§ 5. Mehratomige Gase. Für drei- oder mehratomige Gase mit starren Molekülen haben wir drei Richtungen der fortschreitenden Bewegung, wie bei einatomigen Gasen, und drei Rotationsmöglichkeiten, im ganzen also 6 Freiheitsgrade. Es folgt daher

$$C_v = \frac{6}{2} R = 5{,}955.$$

Dieser Wert findet sich innerhalb eines gewissen Temperaturintervalls für Wasserdampf sehr genau bestätigt; letzterer Wert, den ich aus den sehr genauen Dampfdruckmessungen von Scheel und ferner von Holborn und Hennig abgeleitet habe, dürfte sogar ganz besonders sicher bestimmt sein. In allen anderen Fällen haben wir höhere Werte als den Normalwert, wie auch zu erwarten, indem die Atome außerdem noch um ihre Ruhelage schwingen. Bei hochatomigen und relativ leicht zersetzbaren Verbindungen, wie bei Äther und anderen organischen Substanzen, finden wir entsprechend sogar sehr viel höhere Werte.

Bei der Kohlensäure und auch beim Wasserdampf geben uns die Absorptionsbanden im Ultrarot einen Anhalt über die Frequenz dieser Schwingungen, so daß hier eine absolute Berechnung dieses Energieanteils möglich wird. Diese Rechnung hat Bjerrum durchgeführt und er fand, wie auch zu erwarten, daß die Formel von Lindemann und mir gerade wie bei festen Körpern, so auch in diesem wohl vollkommen analogen Falle besser stimmt, als die ursprüngliche Formel von Einstein. In diesen Fällen sind wir also in der Lage, eine vollständige Energiebilanz der spezifischen Wärme aufzustellen; die ältere Gastheorie liefert uns die Energie der fortschreitenden und der Rotationsbewegung, die optischen Messungen geben uns die Frequenz der Schwingungen und mit Hilfe der an festen Körpern gefundenen Formeln können wir auch diesen Energieanteil im absoluten Maße berechnen. Betrachten wir die Gase bei konstantem Druck und bei nicht unendlich kleinen Verdünnungen, so kommt noch die gegen die Molekularattraktion zu leistende innere Arbeit und ferner die äußere Arbeit hinzu; diese Energiebeträge sind, wie eingangs erwähnt, wenn die Drucke nicht gar zu hoch werden, mit völliger Sicherheit aus der Zustandsgleichung von D. Berthelot einzeln zu berechnen. Damit dürfte auch das in diesem Falle, wie man sieht, ziemlich komplizierte Energieknäuel vollkommen entwirrt sein, indem jeder einzelne Posten aus der Kalorimetrie ursprünglich fremden Beobachtungen berechnet werden kann.

Die eingehende experimentelle und theoretische Begründung mancher in meinem Vortrage berührter Fragen wird in einer ausführlichen Arbeit demnächst erfolgen.

Literaturnachweis der im obigen besprochenen Arbeiten von meinen Mitarbeitern und mir.

Nernst, Theorie der spez. Wärme u. Anwendung der Lehre von den Energiequanten. Zeitschr. f. Elektrochem. **17**, 265, 1911.

Nernst u. Lindemann, Spez. Wärme u. Quantentheorie. Ibid. **17**, 817, 1911.

1) Von den drei Rotationsmöglichkeiten kommt diejenige um die Längsachse des Moleküls aus demselben Grunde nicht in Betracht wie die Rotation eines einatomigen Moleküls.

Nernst, Energieinhalt fester Stoffe. Ann. d. Phys. (4) **36**, 395, 1911.
Koref, Spez. Wärme bei tiefen Temperaturen. Ibid. **36**, 49, 1911.
Pier, Spez. Wärme von Gasen bei sehr hohen Temperaturen. Zeitschr. f. Elektrochem. **15**, 536, 1909.
Pier, Spez. Wärme u. Gasgleichgewichte nach Explosionsversuchen. Ibid. **16**, 897, 1910.
Bjerrum, Spez. Wärme von Gasen. Ibid. **17**, 731, 1911.
Bjerrum, Spez. Wärme u. Dissoziation von Wasserdampf u. Kohlensäure bei sehr hohen Temperaturen. Zeitschr. f. phys. Chem. **79**, 513 u. 537, 1912.
Voller, Methode zur Bestimmung der spez. Wärme der Gase. Diss. Berlin 1908.
Keutel, Spez. Wärme von Gasen. Diss. Berlin 1910.
Thibaut, Spez. Wärme von Gasen. Diss. Berlin 1910.
Nernst, Spez. Wärme des Ammoniaks. Zeitschr. f. Elektrochem. 1910, S. 96.
Eucken, Molekularwärme des Wasserstoffs bei tiefen Temperaturen. Ber. d. Königl. Preuß. Akad. 1912, S. 141.
Nernst, Thermodynamische Berechnung des Dampfdrucks von Wasser u. Eis. Verhandl. d. phys. Ges. Nr. 14, 1910.

Diskussion.

Ornstein: Ich möchte fragen, ob es nicht möglich wäre, diese Dissoziationstemperatur in gleicher Weise zu bestimmen, wie Lindemann seine Schmelztemperatur bestimmt hat. Wenn man annimmt, daß ein zweiatomiges Gebilde Schwingungsfreiheit hat, und wenn man annimmt, daß die potentielle Energie der Schwingungen proportional zum Quadrat des Abstandes der Atome minus einer Konstanten sind, so bekommt man ein Gebilde, das die Eigenschaft hat, daß, wie Sie es haben, bei niedrigen Temperaturen 3 Freiheitsgrade der fortschreitenden Bewegung auftreten können, und bei höheren 2 Rotationsfreiheitsgrade. Hat man eine Schwingung, so kann man die Wahrscheinlichkeit bestimmen für eine bestimmte Ausweichung bei dieser Schwingung. Man kann den mittleren Wert der Ausweichung bestimmen, und wenn dieser mittlere oder wahrscheinlichste Wert der Ausweichung von der Größenordnung der Molekülldimension wird, dann wird man bei dieser Temperatur Dissoziation bekommen. Nun kennt man nicht die Eigenfrequenz, wohl aber die Dissoziationstemperatur, man würde also das r abschätzen können.

Nernst: Jawohl, das r könnten wir wohl aus diesem Abstand berechnen; ähnlich wie bei festen Körpern. Aber die Dissoziation hängt auch vom Druck ab und darin liegt die Schwierigkeit. Das ist der Unterschied von einem festen Körper.

Krüger: Zu der Bemerkung des Herrn Nernst in bezug auf die starke Zunahme der spezifischen Wärme einatomiger Gase wegen des Energieinhalts, der den Spektrallinien bei den allerhöchsten Temperaturen entspricht, möchte ich auf folgendes hinweisen: Es ist doch wohl wahrscheinlich, daß die Schwingung einer Serie ein und demselben schwingenden Gebilde entspricht. Dann wäre also eher wohl die Anzahl der Serien und nicht die der einzelnen Spektrallinien für den Energieinhalt oder die spezifische Wärme maßgebend, und man kommt dann hierfür zwar immer noch zu sehr hohen Zahlen, aber doch nicht zu so extrem hohen, wie sie sich ergeben, wenn jede einzelne Linie dafür maßgebend wäre.

Nernst: Vielleicht bedeutet doch jede Linie einen Freiheitsgrad; aber ich glaube, daß diese Frage sich nicht beantworten läßt, ohne auf den Mechanismus der betr. Schwingungen näher einzugehen.

Hilbert: Ich habe nicht gesagt, daß ich den Satz von der gleichen Verteilung bewiesen habe, sondern ich habe nur die genauen Bedingungen aufgestellt, unter denen er gewiß gültig ist, und da stellt sich heraus, daß diese Bedingungen sehr eng sind, so daß er in Fällen, wo der Physiker vielleicht geneigt ist, ihn noch gelten zu lassen, mathematisch nicht notwendig zu gelten braucht. Nur wenn man die alten mechanischen Stoßgesetze gelten läßt und in dem Moment des Stoßes die Berührung zweier Moleküle durch eine einzige Gleichung charakterisiert, so kann man mathematisch den Satz unmittelbar ableiten. Ich glaube übrigens, sachlich mit Herrn Nernst einer Meinung zu sein.

Mie: Das Gesetz von Avogadro soll nicht mehr stimmen. Nun setzt man aber bei Temperaturmessungen dieses Gesetz voraus. Die sehr tiefen Temperaturen werden durch das Heliumthermometer definiert und man setzt dabei voraus, daß für das Helium in der Gleichung $p = {}^1/_3 N m v^2$ die Zahl N, die Anzahl der Moleküle im Grammolekül, bei allen Temperaturen konstant bleibt, daß also das Avogadrosche Gesetz bei allen, auch sehr tiefen Temperaturen gültig bleibt. Ist das falsch, so muß man erwarten, daß sich sehr große Schwierigkeiten für die Messung tiefer Temperaturen ergeben.

Nernst: Nach meinen Ausführungen ist ja aber auch gerade eine bei derartigen Messungen merkbare Abweichung gar nicht zu erwarten;

übrigens wird diese Unsicherheit ganz vermieden, wenn man mit D. Berthelot auf große Verdünnungen der Gase extrapoliert.

Löwe: Zu dem Diagramm, das mir hier vorliegt, möchte ich fragen, von welcher Größenordnung die Zeitdauer ist, während deren der aufsteigende Ast verläuft. Ich weiß nicht, ob die Zeitdauer so kurz ist, daß die Sprengstofftechnik sich dafür interessiert (Nernst: Sie ist ein- bis zweitausendstel Sekunde). Für ein Diagramm mit einem so ausgesprochen scharfen Knick hat die Sprengstofftechnik das größte Interesse, da sie den zeitlichen Verlauf der Explosion einzelner Sorten von Sprengstoffen zu ermitteln sucht. Wäre die Zeitdauer nicht noch zu verkürzen bis zur Größenordnung von $^1/_{10\,000}$ Sekunde?

Nernst: In dem betr. Diagramm wurde der Maximaldruck in wenigen tausendstel Sekunde erreicht. Man könnte übrigens gewiß Membranen von viel kleinerer Schwingungsdauer und entsprechend noch kleinerer Trägheit verwenden.

Wien: Da wir gerade von Druckmessungen sprechen, möchte ich fragen, auf welche Weise ist das Manometer geeicht worden? Dabei ist wohl vorausgesetzt, daß die Druckverteilung auf der Membran bei den Versuchen immer die gleiche wie bei der elektrischen Eichung ist?

Nernst: Die Eichung erfolgte teils durch Explosionen von bekanntem Maximaldruck, teils statisch unter Berücksichtigung der ziemlich kleinen elastischen Nachwirkung. Wenn keine Explosionswellen auftreten, die eine Druckmessung ausschließen, ist der Druck wohl praktisch gleichförmig.

Konen: Einige der untersuchten Gase besitzen bereits bei den erreichten Temperaturen eine starke Emission. Wäre es denkbar, daß das starke Ansteigen der in der Tabelle enthaltenen spezifischen Wärmen, z. B. des Wasserdampfs, zum Teil durch die einsetzende Emission bedingt wäre?

Nernst: Ja, auf dieser Annahme beruht gerade die Berechnung; die Zahlen der Tabelle zeigen eben dies Ansteigen. Z. B. beim Wasserdampf sind die ultraroten Emissionsbanden bei der Berechnung von Bjerrum benutzt worden.

Konen: Spielt die Emission der ultravioletten Banden keine Rolle?

Nernst: Nach der Theorie absolut nicht.

M. v. Smoluchowski (Lemberg), Experimentell nachweisbare, der üblichen Thermodynamik widersprechende Molekularphänomene.

I.

§ 1. Der Titel meines Referates klingt etwas revolutionär, und ich glaube tatsächlich, noch vor zehn Jahren wäre es ein Wagnis gewesen, sich in dieser Versammlung so respektwidrig über die traditionelle Auffassung der Thermodynamik zu äußern. Doch heute haben wir erstens überhaupt weniger Respekt vor Dogmen in der Physik, und zweitens ist in der Wertschätzung der kinetischen Atomistik und der Thermodynamik ein gewaltiger Umschwung eingetreten.

Übrigens handelt es sich uns heute zum Teil um längst bekannte Erscheinungen, wie die im Jahre 1827 entdeckte Brownsche Molekularbewegung, die seit 20 Jahren bekannte Opaleszenz von Gasen im kritischen Zustande, die alltägliche Erscheinung des Himmelsblaus usw. Nur das Verständnis derselben auf Grund der kinetischen Theorie ist neueren Datums, und auch hier liegt das Neue und den hergebrachten Anschauungen Widersprechende eigentlich nur darin, daß man mit dem Maxwellschen Geschwindigkeitsverteilungsgesetz und überhaupt mit der Auffassung der Wärme als Bewegungserscheinung einmal Ernst machte, während man sich früher daran gewöhnt hatte, dies als eine Art poetisches Gleichnis zu betrachten. Heute, da die Ansichten über die ganze Sache sich geklärt haben, mag es an der Zeit sein, eine zusammenfassende Übersicht über diese Erscheinungen zu geben, deren prinzipielle Wichtigkeit darin besteht, daß sie als unzweideutige Experimenta crucis den langwierigen Kampf zwischen kinetischer Theorie und phänomenalistischer Thermodynamik zugunsten der ersteren entscheiden. Dabei werden gleichzeitig noch einige Probleme hervortreten, welche zu weiterer theoretischer und experimenteller Untersuchung einladen.

§ 2. Wir wollen uns von vornherein auf die Betrachtung solcher Zustände beschränken, welche einem thermodynamischen Gleichgewicht entsprechen, da hier die Widersprüche klar zutage treten. Während nämlich der herkömmlichen thermodynamischen Auffassung zufolge ein abgeschlossenes System einem Gleichgewichtszustand entgegenstrebt, welcher durch die Bedingung des Potentialminimums eindeutig definiert ist, muß im Sinne der Kinetik der wirkliche Zustand eines im thermodynamischen Gleichgewicht befindlichen Systems um einen mittleren Normalzustand herumschwanken und

kann sich unter Umständen sogar beliebig weit von demselben entfernen.

Am einfachsten liegt die Sache wohl im Falle der Dichteverteilung eines idealen Gases; da ist es unmittelbar klar, daß die Gasdichte nicht vollkommen gleichförmig sein kann, wie es der Thermodynamiker verlangt, da die Gasmoleküle sich unaufhörlich bewegen und nicht vollkommen gleiche Abstände einhalten werden. Es läßt sich da mittels einfacher, direkter Wahrscheinlichkeitsbetrachtungen[1]) das Resultat ableiten, daß die Wahrscheinlichkeit des Eintretens einer gewissen Verdichtung δ durch das Fehlergesetz

$$W(\delta)\,d\delta = \sqrt{\frac{\nu}{2\pi}}\, e^{-\nu\frac{\delta^2}{2}}\, d\delta - \qquad (1)$$

bestimmt ist, und daß das mittlere Quadrat der Verdichtung innerhalb eines gewissen Raumes gleich ist dem reziproken Wert der Anzahl der in demselben normal befindlichen Moleküle

$$\delta^2 = \frac{1}{\nu}\,. \qquad (2)$$

Für andere Fälle muß man die Methoden der statistischen Mechanik zu Hilfe ziehen, und zwar verfahren wir am besten, wenn wir gleich eine sehr allgemeine Formel ableiten, welche uns im weiteren als Richtschnur dienen wird[2]).

1) M. v. Smoluchowski, Boltzmann-Festschrift S. 626, 1904; siehe auch P. Hertz, Math. Ann. **67**, 387, 1909.

2) Vergl. insbesondere A. Einstein, Ann. d. Phys. **19**, 371, 1906; **22**, 569, 1907. Die einfachste und allgemeinste Art, jene Formel abzuleiten, besteht darin, daß man (nach Einstein) die Boltzmannsche Entropiedefinition $S = \frac{H}{N}\log W$ umkehrt und allgemein schließt: die Wahrscheinlichkeit eines Zustandes, welcher durch einen Parameter λ charakterisiert ist, während der normale Gleichgewichtszustand einem Wert λ_0 entspricht, beträgt:

$$W = W_0\, e^{-\frac{N}{H}(S_0 - S)}$$

wo S und S_0 die den Parameterwerten λ, λ_0 entsprechenden Werte der Entropie (d. i. der nicht nutzbaren (not available) Energie, nach Bryan) bedeuten.

Führt man an Stelle des unbestimmten Begriffs der Wahrscheinlichkeit die prozentuelle Häufigkeit dW der auf das Intervall $\lambda \ldots \lambda + d\lambda$ entfallenden Systeme ein, so muß man setzen:

$$dW = f(\lambda)\, e^{-\frac{N}{H}(S - S_0)}\, d\lambda,$$

was man im Falle genügend kleiner Werte der Schwankung $\varepsilon = \lambda - \lambda_0$ in den meisten Fällen ersetzen kann durch

$$dW = \text{const} \cdot e^{-\frac{N}{H}(S_\varepsilon - S_0)}\, d\varepsilon.$$

Der Übergang zur letzteren Formel ist jedoch nur in dem Falle gestattet, falls innerhalb des Bereichs der Schwankungen $\varepsilon\left(\frac{\partial f}{\partial \lambda}\right)$ bedeutend kleiner ist als $f(\lambda)$, und es ist nicht leicht, die hieraus für die Wahl der zulässigen Parameter λ hervorgehenden Beschränkungen allgemein und klar zu präzisieren. Wir bemerken nur, daß es beispielsweise im allgemeinen nicht richtig wäre, jene Formel zu gebrauchen, wenn man als Parameter λ die von einem Nullzustand aus gerechnete Arbeit oder Entropie einführen würde. Aus der letzten Gleichung resultiert dann Gleichung (4) in einfacher Weise.

§ 3. Wir berufen uns auf die seitens der statistischen Mechanik ausführlich begründete Behauptung, daß die Zustände, welche ein im Gleichgewicht befindliches System durchläuft, einer kanonischen Zustandsverteilung entsprechen, daß also die Wahrscheinlichkeit eines bestimmten, durch die Koordinaten q und die Momente p definierten Zustandes des Systems (welches in unserem Falle den betrachteten Körper und das ihn umgebende Temperaturbad umfaßt) bestimmt ist durch die Boltzmann-Gibbssche Formel:

$$dW = C\, e^{-\frac{N}{H\Theta}E}\, dq_1\, dq_2 \ldots dp_1\, dp_2 \ldots dp_n \qquad (3)$$

in welcher E die der betreffenden Konfiguration entsprechende Gesamtenergie bedeutet. Integriert man diesen Ausdruck nach allen Variabeln mit Ausnahme der (mit einem q identischen) Koordinate ε, welche die Abweichung des Systems vom Normalzustande definiert, so erhält man für die Anzahl der Systeme, welche zwischen ε und $\varepsilon + d\varepsilon$ liegen, einen Ausdruck

$$dW = a\, e^{-\frac{N}{H\Theta}\chi(\varepsilon)}\, d\varepsilon, \qquad (4)$$

wo $\chi(\varepsilon)$ die bei Verschiebung der Koordinate ε aus dem betrachteten Zustand in den normalen Gleichgewichtszustand geleistete Arbeit bedeutet.

Darin ist a im allgemeinen eine Funktion von ε, und nur dann genau konstant, wenn die Koordinate ε so gewählt ist, daß sie in der Gesamtenergie E ausschließlich in dem Ausdruck $\chi(\varepsilon)$ vorkommt. Dies erfordert vor allem, daß die mit Veränderung von ε zusammenhängende kinetische Energie sich (in dem in Betracht kommenden Bereiche) als $L = a\left(\frac{d\varepsilon}{dt}\right)^2$, mit einem von ε unabhängigen Koeffizienten a darstelle.

In der Praxis kann man meist durch ein sehr einfaches Kriterium über die Konstanz des Faktors a bzw. über die Zulässigkeit der Wahl der Koordinate ε entscheiden. Denkt man sich nämlich die auf Veränderung der Koordinate ε hinwirkende Kraft $-\frac{\partial \chi}{\partial \varepsilon}$ durch eine genau gleiche, aber entgegengesetzte Zusatzkraft aufgehoben, so ist es meist von vornherein klar, ob in diesem künstlichen „astatischen" System alle Werte des ε gleich wahrscheinlich sind, ob also in dem natürlichen System das a der Formel (4) konstant ist. Handelt es sich z. B. um einen an einen Torsionsfaden aufgehängten Körper, so wäre offenbar jede beliebige Orientierung desselben um die Vertikalachse herum gleichberechtigt, wenn die Torsionskraft in Wegfall käme. Man hätte also für die Wahrscheinlichkeit eines gewissen Winkels φ im astatischen

System $dW = a\,d\varphi$ und in dem natürlichen System

$$dW = a\,e^{-\frac{N}{H\Theta}\chi(\varphi)}\,d\varphi,$$

wo $\chi(\varphi)$ die Torsionsarbeit in bezug auf die Normallage bedeutet. Das kommt übrigens offenbar auf eine einfache Anwendung des bekannten Boltzmannschen $e^{-h\chi}$ Satzes hinaus.

II.

§ 4. Im folgenden wollen wir nun diesen Satz in verschiedenen physikalisch interessanten Fällen anwenden.

Der einfachste Fall ist natürlich der Fall indifferenten Gleichgewichts: $\chi = 0$, wo die Veränderung der Koordinate ε gar keine potentielle Energie erweckt. Hierzu gehören beispielsweise die translatorische Verschiebung eines in einer Flüssigkeit von gleichem spezifischem Gewicht suspendierten Körpers, oder auch die Rotation desselben. Ein solcher Körper wird sich also unaufhörlich bewegen und mit der Zeit alle möglichen Lagen gleich häufig annehmen. Natürlich ist letzteres im Falle der fortschreitenden Bewegung nur dann möglich, wenn die Flüssigkeit, innerhalb deren er sich befindet, durch feste Wände begrenzt ist. Das ändert nichts an der Anwendbarkeit der obigen Formel, es kommen nur die außerhalb jener Grenzen entfallenden Lagen infolge unendlichen Anwachsens von χ in Wegfall.

Das Interessante an den Beispielen dieser Art ist dann nicht die Frage nach der Größe der Schwankungen, da dieselben das ganze betrachtete Gebiet gleichmäßig erfüllen, sondern die viel schwieriger zu behandelnde Frage nach der Änderungsgeschwindigkeit derselben, oder präziser ausgedrückt: nach der Größe der in einem bestimmten Zeitraum zu erwartenden Lagenveränderung. Das ist bekanntlich eben das, was man als Brownsche Molekularbewegung bezeichnet.

§ 5. Die verschiedenerlei Berechnungsmethoden der translatorischen Bewegung[1]), welche von Einstein, von mir, später auch von Langevin angewendet worden sind, haben diesbezüglich zu einem der Form nach vollkommen übereinstimmenden Resultate geführt. Die von mir abgeleitete Formel enthielt zwar einen von der Einsteinschen verschiedenen Zahlenkoeffizienten, doch habe ich diesem Umstande nie eine Bedeutung beigemessen. Denn die dabei verwendete Berechnungsart bietet zwar den Vorteil, daß sie einen besseren Einblick in den eigentlichen Mechanismus der Brownschen Bewegung gibt als die übrigen, physikalisch weniger anschaulichen und mehr indirekten Methoden, aber ihre Anwendung erfordert die Einführung gewisser rechnerischer Vereinfachungen — wie leider so viele Rechnungen der kinetischen Gastheorie —, welche den Wert des Zahlenkoeffizienten beeinflussen müssen. Es handelte sich nun damals nur um die allgemeine Form und die Größenordnung des Resultates, und man vermutete gar nicht, daß sich überhaupt auf diesem Gebiete so exakte experimentelle Messungen ausführen lassen, wie solche wenige Jahre nachher, namentlich von Perrin und seinen Mitarbeitern angestellt worden sind. Heute besteht wohl kein Zweifel darüber, daß der von Einstein angegebene Zahlenfaktor mit großer Annäherung richtig ist, daß man also allgemein für die innerhalb der Zeit t eintretende mittlere Änderung der x-Koordinate hat:

$$\sqrt{\overline{\Delta^2}} = \sqrt{\frac{2H\Theta}{N}}\sqrt{Bt}, \qquad (5)$$

wo B die Beweglichkeit bedeutet, das ist den reziproken Wert des Reibungswiderstandes, welcher einer mit der Geschwindigkeit Eins erfolgenden Änderung der betreffenden Koordinate entgegenwirkt. Handelt es sich also um translatorische Bewegung einer Kugel, so ist $\frac{1}{B} = 6\pi\mu a$, bei rotatorischer Bewegung $\frac{1}{B} = 8\pi\mu a^3$, ebenso lassen sich die betreffenden Werte für andere Fälle, z. B. eine ellipsoidische Gestalt, leicht berechnen.

Wie schön, wie allseitig (in bezug auf die Abhängigkeit von μ, t, a, sowie den Absolutwert der Konstante) und quantitativ genau diese theoretischen Formeln durch die experimentellen Arbeiten[1]) von Svedberg, Perrin, Chaudesaigues, Dabrowski, Seddig u. a., in letzter Zeit auch durch Zangger und Böhi bestätigt worden sind,

1) A. Einstein, Ann. d. Phys. **17**, 549, 1905; **19**, 371, 1906; Zeitschr. f. Elektrochem. **14**, 235, 1908; M. v. Smoluchowski, Ann. d. Phys. **21**, 756, 1906; P. Langevin, C. R. **146**, 530, 1908. Bemerkt sei bei dieser Gelegenheit, daß die Helmholtzsche Doppelschicht an der Oberfläche der Teilchen infolge elektroendosmotischer Ströme eine hemmende und die Brownsche Bewegung verlangsamende Wirkung haben sollte. Beobachtungen sind noch ausständig. Vergl. M. v. Smoluchowski, Bull. Acad. Sc. Cracovie 1903, S. 182.

(Anm. bei der Korrektur.) Es sei auch auf die interessante, soeben erschienene Doktor-Dissertation von Frau De Haas-Lorentz: „Over the theorie van de Brownsche beweging usw.", Leiden 1912 aufmerksam gemacht.

1) Siehe insbesondere das Referat von St. Jahn, Jahrb. d. Radioakt. **6**, 240, 1909, sowie den zusammenfassenden Artikel von J. Perrin, Kolloidchem. Beihefte, Bd. I, Heft 6—7, 1910; weiter: Th. Svedberg, Arkiv f. Kemi, Miner. och Geol. **4**, Nr. 19, Upsala 1911; J. Perrin, C. R. **152**, 1165, 1911; H. Zangger, Zeitschr f. Kolloide **9**, 216, 1911.

darauf brauche ich wohl hier nicht näher einzugehen. Es sind ja namentlich die Untersuchungen Perrins und seiner Mitarbeiter gewiß hinreichend bekannt, dieselben bilden auch wirklich ein ganz klassisches Beweismaterial für die kinetische Atomistik und insbesondere für die uns hier interessierenden Theorien.

§ 6. Auch die von mir seinerzeit geäußerten Vermutungen betreffs der Existenz und der Art der Brownschen Bewegung an Teilchen, die in Gasen schweben, sind voll bestätigt worden (Ehrenhaft, Broglie)[1]). Es ist da nämlich die Widerstandsformel abzuändern, falls die mittlere Weglänge der Gasmoleküle vergleichbar wird mit den Dimensionen des sich bewegenden Teilchens. Ist dieselbe groß im Vergleich zur Teilchengröße, so wird B umgekehrt proportional dem Produkt aus dem Querschnitte des Teilchens, der Dichte und der Molekulargeschwindigkeit des Gases, also nimmt dann die Brownsche Bewegung bei Evakuierung stark zu, wie tatsächlich z. B. Broglie beobachtet hat. Eine direkte quantitative Kontrolle ist da wohl noch nicht ausgeführt, doch ist zufolge den neueren, auf Korrektur der Stokesschen Gleichung bezüglichen Arbeiten wohl nicht zu zweifeln, daß sich die Sache so verhält, und ist aus denselben auch der Wert des hierbei auftretenden, von der Oberflächenbeschaffenheit der Teilchen abhängigen empirischen Zahlenkoeffizienten abzuleiten.

Kürzlich hat auch Weiß[2]) nachgewiesen, daß die so auffallenden Versuche Ehrenhafts, welche mit den Millikanschen Messungen der Elektronenladung in krassem Widerspruch standen, sich vollständig auf die Brownsche Bewegung der von Ehrenhaft beobachteten ultramikroskopischen Teilchen und auf deren Abweichungen von der Kugelgestalt zurückführen lassen.

§ 7. Gehen wir nun zum Falle über, wo der Verschiebung aus der Gleichgewichtslage ε eine konstante Kraft entgegenwirkt, also die Arbeit $\chi(\varepsilon)$ eine lineare Funktion ist — was natürlich wieder eine künstliche Begrenzung des Bereichs, z. B. durch feste Wände, erfordert.

Das bekannteste Beispiel dieser Art ist die unter Einfluß der Schwere erfolgende Verteilung der Teilchen einer verdünnten Emulsion, wie der namentlich von Perrin[3]) und seinen Mitarbeitern angewandten Gummigutt- oder Mastixemulsionen.

Den herkömmlichen thermodynamischen Anschauungen zufolge müßten sich die Teilchen sämtlich am Gefäßboden ansammeln, falls sie dichter sind als das umgebende Medium. Dagegen werden sie sich tatsächlich nach Formel (4) nach dem aerostatischen Exponentialgesetz verteilen, und zwar so, daß ihr mittlerer Abstand vom Gefäßboden einer Arbeitsleistung

$$\overline{A} = m\left(1 - \frac{\sigma'}{\sigma}\right) g\bar{y} = \frac{H\Theta}{N} = 4{,}1 \cdot 10^{-14}\ \text{Erg}$$

entspricht; und der hieraus für y sich ergebende Wert bildet ein Maß für die Höhe der aus jenen Teilchen gebildeten Atmosphäre. Als Einstein und ich diese Erscheinungen vorhersagten, ahnten wir gar nicht, daß sich das Exponentialgesetz und der Wert des Exponenten mittels der einfachen und sinnreichen, kurz nachher von Perrin angewendeten Versuchsmethoden so genau kontrollieren und bestätigen lassen würden, daß dies sogar eine der genauesten Bestimmungen der Avogadroschen Konstante N ermöglichen würde.

§ 8. Der normale Fall eines stabilen Gleichgewichts entspricht offenbar einer in ε quadratischen Gestalt der Potentialfunktion $\chi(\varepsilon)$, also z. B. einer elastischen, in die Ruhelage zurücktreibenden Kraft. In diesem Falle sind zufolge Formel (4) die molekularkinetischen Abweichungen von der normalen Gleichgewichtslage nach dem Gaußschen Fehlergesetz verteilt, und die mittlere Abweichungsarbeit beträgt

$$A = \frac{1}{2}\frac{H\Theta}{N} = 2{,}05 \cdot 10^{-14}\ \text{Erg}.$$

Als Beispiel führen wir vor allem die schon vorher erwähnten Schwankungen[1]) der Gasdichte um den normalen Mittelwert an. Die bei (isothermer) Kompression vom spezifischen Volum v auf den Normalwert v_0 geleistete Arbeit beträgt nämlich pro Masseneinheit einer Substanz, welche unter einem äußeren Druck p_0 steht,

$$\int_v^{v_0} (p - p_0)\, dv = \left(\frac{\partial p}{\partial v}\right)_0 \frac{(v - v_0)^2}{2} + \left(\frac{\partial^2 p}{\partial v^2}\right)_0 \frac{(v - v_0)^3}{3!} + \left(\frac{\partial^3 p}{\partial v^3}\right)_0 \frac{(v - v_0)^4}{4!} + \cdots \Bigg| \quad (6)$$

Wird das Verhältnis der Anzahl der momentan in einem gewissen Volum V befindlichen Moleküle n zu der auf dasselbe Volum entfallenden Normalzahl ν mit $\frac{n}{\nu} = 1 + \delta$ bezeichnet, so folgt aus obigen Formeln bei Beschränkung auf das erste Glied der Reihe (6), daß das mittlere Quadrat der positiven oder negativen Verdichtung

1) P. Ehrenhaft, Wien. Ber. **116**, 1175, 1907; Broglie, C. R. **148**, 1163, 1315, 1806, 1909; **153**, 112, 1911.
2) E. Weiß, Wien. Ber. **120**, 1021, 1911.
3) loc. cit.

1) M. v. Smoluchowski, Boltzmann-Zeitschr. S. 626, 1904; Ann. d. Phys. **25**, 205, 1908.

$$\overline{\delta^2} = \frac{H\Theta}{N}\frac{\beta}{V} \qquad (7)$$

beträgt, wo β den isothermen Kompressibilitätskoeffizienten $\beta = -\frac{1}{v}\frac{\partial v}{\partial p}$ bedeutet.

Im Falle der Gültigkeit des Boyle-Charlesschen Gesetzes reduziert sich diese Formel auf die einfache, schon vorher erwähnte (2) Gestalt $\delta^2 = \frac{1}{\nu}$; sonst müssen natürlich molekulare Anziehungskräfte die Neigung zu Schwarmbildung vermehren, dagegen müssen die Eigenvolumina der Moleküle oder überhaupt abstoßende Kräfte im entgegengesetzten Sinne wirken.

§ 9. Interessant ist auch der Fall, wo dem betrachteten Volum V so wenig Moleküle ν zukommen, daß man n und δ nicht mehr als kontinuierlich Veränderliche ansehen darf. Für die Wahrscheinlichkeit, daß sich in diesem Falle n Moleküle eines idealen Gases in einem Volum befinden, welches normalerweise deren ν enthalten sollte, habe ich die Formel abgeleitet:

$$W(n) = \frac{\nu^n e^{-\nu}}{n!}, \qquad (8)$$

aus welcher man leicht findet, daß auch hier die Formel (2) für das Schwankungsquadrat gültig bleibt. Dies hat Svedberg[1]) benützt, um in einigen sehr interessanten Arbeiten die Gültigkeit des Boyle-Charlesschen bzw. van't Hoffschen Gesetzes für die Teilchen kolloidaler Goldlösungen, Quecksilbersuspensionen und Gummigutt-Emulsionen zu kontrollieren, indem er systematische Zählungen der Teilchen anstellte, welche sich in bestimmten Zeitintervallen im mikroskopischen Gesichtsfeld befanden. Es ist das eine verblüffend einfache Methode zur Erforschung der Gesetze des osmotischen Druckes für solche Suspensionen, welche sonst direkter experimenteller Forschung schwer zugänglich sind.

Das Resultat dieser Messungen war, daß tatsächlich die Teilchen verdünnter disperser Systeme sich in bezug auf die Zustandsgleichung genau so verhalten wie die Moleküle eines idealen Gases, daß jedoch schon bei relativ sehr geringen Konzentrationen, wenn die Abstände der Teilchen noch hundertmal größer sind als deren Radien, bereits sehr erhebliche Abweichungen vom Boyle-Charlesschen Gesetz auftreten, und zwar so, daß die Kompressibilität geringer, also der osmotische Druck größer wird.

Man kann dies natürlich nicht dem Eigenvolum der Teilchen zuschreiben, welches als b in der van der Waalsschen Gasgleichung auftritt, denn dies gäbe nur ganz unmerkliche Korrekturen, sondern man muß schließen, daß die suspendierten Teilchen bei Annäherung eine spezifisch abstoßende Wirkung ausüben. Was deren Ursache ist, wird sich erst entscheiden lassen, wenn ein weiteres Versuchsmaterial vorliegt. Man kann an Wirkungen kapillarer, vielleicht auch elektrischer Art denken. Überhaupt muß man aber bemerken, daß man die Analogie zwischen Gasmolekülen und suspendierten Teilchen nicht zu weit treiben darf, denn die Art der Bewegung ist doch erheblich verschieden. Benachbarte Gasmoleküle wirken aufeinander gar nicht ein, außer wenn sie zusammenstoßen, während die sich bewegenden Emulsionsteilchen infolge Anwesenheit des flüssigen Zwischenmediums aufeinander hydrodynamische Fernkräfte ausüben müssen. Svedbergs Versuche müssen unter anderem auch zur Warnung dienen, daß man bei Berechnung der Avogadroschen Zahl nach der Perrinschen Methode nur sehr verdünnte Emulsionen benutzen darf.

§ 10. Wenn es sich nicht um ultramikroskopische Teilchen, sondern um eigentliche Moleküle handelt, welche man nicht zählen kann, haben wir doch noch ein indirektes Mittel, um jene Ungleichförmigkeiten der Dichte und ganz analog auch die Ungleichförmigkeiten der Konzentration gemischter Gase oder Flüssigkeiten zu erkennen: das Tyndallsche Opaleszenzphänomen, hervorgerufen durch die mit den Dichteänderungen verbundenen Unterschiede des Brechungsexponenten.

Für den scheinbaren Absorptionskoeffizienten eines gasförmigen oder flüssigen Mediums, welcher mit dessen Opaleszenzvermögen eng zusammenhängt, erhalten wir durch Kombination der bekannten, von Lord Rayleigh abgeleiteten Formel für trübe Medien mit der Formel (7) und der Lorentzschen Relation zwischen Dichte und Brechungsindex in ganz einfacher, wenn auch nicht von Bedenken freier Weise die Formel[1])

1) Th. Svedberg, Zeitschr. f. phys. Chem. **73**, 547, 1911; Zeitschr. f. Kolloide **9**, 219, 1911; Th. Svedberg u. Katsuji Inouye, Zeitschr. f. phys. Chem. **77**, 145, 1911. Eigentlich benutzte Svedberg nicht das mittlere Geschwindigkeitsquadrat, soudern den Mittelwert der absoluten Abweichungen $|\delta|$ zur Vergleichung, für welchen ich erhalten habe: $|\delta| = \frac{2e^{-\nu}\nu^k}{k!}$, wo k die größte ganze Zahl ist, welche gleich oder kleiner ist als ν. Es kommt das ungefähr auf dasselbe hinaus.

1) Vergl. M. v. Smoluchowski, loc. cit. § 8; ferner: Phil. Mag. **23**, 165, 1912; A. Einstein, Ann. d. Phys. **33**, 1275, 1910; H. Kamerlingh Onnes u. W. H. Keesom, Comm. fr. Phys. Leyden, Nr. 104, S. 15, 1908; W. H. Keesom, Ann. d. Phys. **35**, 591, 1911; Wo. Ostwald, Ann. d. Phys. **36**, 848, 1911.

$$\overline{\Delta^2} = \frac{8}{27}\frac{H\Theta\pi^3(n^2-1)^2(n^2+2)^2}{N\lambda^4}\left(-\frac{1}{v}\frac{\partial v}{\partial p}\right), \tag{9}$$

deren Ableitung von Einstein durch eine sehr scharfsinnige explizite Berechnung der elektromagnetischen Wellenstrahlung bestätigt worden ist. Dieselbe wird für ein ideales Gas identisch mit der Formel, durch welche Lord Rayleigh die blaue Farbe des Himmels erklärte, indem er die heute wohl nicht mehr zu haltende Annahme machte, daß die Moleküle der Luft solche Diffraktionserscheinungen hervorrufen, als ob sie leitende Kugeln wären. Andererseits erklärt sie das Auftreten der auffallenden Opaleszenzerscheinungen, welche Gase bei Annäherung an den kritischen Punkt aufweisen, und ebenso auch die Opaleszenz binärer Flüssigkeitsgemische bei Annäherung an den sogenannten kritischen Trennungspunkt. Sie ist auch bis zu einem gewissen Grade quantitativ bestätigt worden, und zwar für den ersteren Fall durch die Messungen von Keesom und Kamerlingh Onnes, für den zweiten Fall durch Friedländers vor Jahren angestellte Versuche, welche kürzlich Wo. Ostwald von diesem Standpunkt aus diskutiert hat.

§ 11. Im kritischen Punkt selber tritt eine andere Art Gleichgewicht ein, indem hier die Ausdrücke $\frac{\partial p}{\partial v}$ und $\frac{\partial^2 p}{\partial v^2}$ Null werden, somit die Verdichtungsarbeit $\chi(\delta)$ proportional wird der vierten Potenz der Verdichtung δ^4, und im Mittel den Wert $\overline{\Delta^2} = \frac{1}{4}\frac{H\Theta}{N}$ erhält. Die Dichteunterschiede werden daselbst sogar für mikroskopisch sichtbare Volumteile verhältnismäßig groß, so daß die Opaleszenz in eine weißliche Trübung übergeht.

Von theoretischem Interesse ist es, zu bemerken, daß ganz analoge Tyndallsche Phänomene auch bei Schallfortpflanzung auftreten müssen, nur ist hier der Einfluß der Inhomogenitäten wegen der Größe der Wellenlänge weit geringer als bei Lichtwellen; sie setzen eine Grenze für die überhaupt praktisch zu verwirklichenden akustischen Erscheinungen kurzer Wellenlänge.

Diese zufälligen Inhomogenitäten müssen auch bei der kinetischen Theorie der Zustandsgleichung berücksichtigt werden, und ich habe schon vor längerer Zeit an der Hand der van der Waalsschen Theorie darauf aufmerksam gemacht, daß sie insbesondere in der Nähe des kritischen Zustandes die unter Voraussetzung eines homogenen Mediums abgeleitete Zustandsgleichung erheblich modifizieren können.

§ 12. Eine praktisch wohl kontrollierbare Konsequenz möchte ich noch erwähnen, die sich auf die automatisch auftretenden Konzentrationsunterschiede von Gemischen bezieht. Es scheint mir nämlich, daß sich ein direkter experimenteller Nachweis wohl erbringen ließe, und zwar bei sehr verdünnten Lösungen radioaktiver Stoffe oder bei gasförmiger Emanation, bei welcher ja die Zählung einzelner Atome ermöglicht ist.

Einen derartigen Versuch hat auch bereits Svedberg[1]) unternommen, aber wie mir scheint, nicht mit Erfolg. Bekanntlich hat Schweidler den Gedanken ausgesprochen, daß dieselbe Formel (2), welche die Veränderlichkeit der Molekülzahl eines idealen Gases charakterisiert, sich ebenso auf die Anzahl der radioaktiv zerfallenden Atome bezieht, und Bateman hat ebenso die Formel (8) hierfür begründet[2]). Es ist dies zwar eine Erscheinung vollständig verschiedener Art als die hier behandelten, da es sich dabei gar nicht um einen Gleichgewichtszustand handelt, aber das Unabhängigkeitsgesetz der Wahrscheinlichkeitsrechnung ist sowohl für den Zerfall der verschiedenen Atome wie für den Aufenthaltsort idealer Gasmoleküle gültig, und daraus resultiert die Identität dieser Formeln. Während nun Kohlrausch, Schweidler, Rutherford u. Geiger, E. Meyer, Campbell usw. die Formel (2) bei der Strahlung fester radioaktiver Stoffe genau bestätigt fanden, glaubte Svedberg nachweisen zu können, daß das Schwankungsquadrat der von einer Poloniumlösung ausgehenden Strahlung doppelt so groß ist, und dies erklärte er dadurch, daß sich hierbei zweierlei, voneinander ganz unabhängige Schwankungen superponieren: die Schwankungen des Poloniumgehalts in der obersten Flüssigkeitsschicht und die Schwan-

1) Th. Svedberg, Arkiv f. Kemi, Mineral. och Geol., Upsala **4**, Nr. 22, 1911; **4**, Nr. 25, 1912. Die Unrichtigkeit der Überlegung Svedbergs wird wohl am einfachsten durch die Analogie mit folgendem Beispiel erklärt: Entfallen auf ein Volum v_1 eines idealen Gases im Mittel ν_1 Moleküle, so schwankt deren Anzahl im Mittel um $\sqrt{\nu_1}$, trotzdem daß man dieselben als Teil eines größeren Ganzen vom Volumen v_2 auffassen kann, daß somit auch die Zahl ν_1 Schwankungen im Betrage von $\frac{v_1}{v_2}\sqrt{\nu_2} = \frac{\nu_1}{\sqrt{\nu_2}}$ erfährt. Der Zahl ν_2 entspricht bei Svedberg die mittlere Anzahl der im betrachteten Teil der Lösung befindlichen radioaktiven Atome, der Zahl ν_1 die mittlere Anzahl derjenigen darunter, welche im bestimmten Zeitraum zerfallen.

Interessant ist auch eine von E. Meyer [diese Zeitschr. **11**, 215, 1910] nachgewiesene Schwankung des Stromes, der durch ionisierte Luft zwischen zwei nahe auf das Entladungspotential gebrachten Elektroden übergeht. Dieselbe läßt sich auf die Veränderlichkeit der mittleren Weglänge zurückführen. Es gehört dies jedoch ebenfalls nicht zu den hier behandelten Gleichgewichtsphänomenen. Siehe ferner: K. F. Herzfeld, diese Zeitschr. **13**, 547, 1912.

2) E. v. Schweidler, Congr. Radiolog. Liège 1905, S. 1; H. Bateman, Phil. Mag. **20**, 704, 1910.

kungen der Zerfallsgeschwindigkeit des Poloniums. Doch muß ich mich der Ansicht Langevins anschließen, welcher mir gegenüber gesprächsweise die Unrichtigkeit der betreffenden Wahrscheinlichkeitsbetrachtung Svedbergs behauptete. Ich glaube, daß auch in diesem Falle das normale Schweidlersche Gesetz erhalten bleiben müsse; Konzentrationsschwankungen müßten sich aber zu erkennen geben, wenn man nicht den zeitlichen Verlauf, sondern die in gleichen Volumteilen enthaltenen Gesamtzahlen radioaktiver Atome bestimmen würde.

§ 13. In diesem Zusammenhang scheint sich eine auf den ersten Blick recht verlockende Möglichkeit zu eröffnen, Schwankungen elektrischer Natur nachzuweisen. Denken wir uns ein ionisiertes Gas oder eine Lösung eines dissoziierten einwertigen Elektrolyten, welche im normalen Gleichgewichtszustande im betrachteten Volum eine Anzahl $\frac{\nu}{2}$ positive und $\frac{\nu}{2}$ negative Ionen enthalten würde. Die Schwankungen der Gesamtzahl derselben sind uns gleichgültig, nicht aber die Schwankungen der relativen Konzentration der beiden Ionenarten, welche das Auftreten positiver oder negativer Ladungen verursachen müssen. Nimmt z. B. die Anzahl der Kationen von $\frac{\nu}{2}$ auf $\frac{\nu}{2}(1+\delta)$ zu, die Anionenzahl auf $\frac{\nu}{2}(1-\delta)$ ab, so entspricht dies einer Arbeitsleistung, dem osmotischen Druck gegenüber, von $\frac{H\Theta}{N}\frac{\nu\delta^2}{2}$, also findet man nach Formel (4) für die mittlere Überschußladung

$$\sqrt{E^2} = e\sqrt{\nu}, \qquad (10)$$

wo e die spezifische Elektronenladung bezeichnet. Wäre diese, bereits von Bateman[1]) abgeleitete Formel allgemein anwendbar, so müßte z. B. ein in den Elektrolyten eingetauchter Faradayscher Käfig, mit einem Elektroskop verbunden, bequem meßbare Ladungen von wechselndem Vorzeichen und von der Größenordnung mehrerer elektrostatischer Einheiten anzeigen.

Soweit haben wir jedoch nur den die Diffusion bewirkenden osmotischen Druck in Rechnung gezogen, wie wenn es sich um eine Mischung von Stickstoff und Sauerstoff handeln würde, während doch in Wirklichkeit einer Entfernung von normaler Verteilung auch gleichzeitig die dabei entstehenden elektrostatischen Potentialkräfte entgegenwirken müssen. Deren Einfluß hängt allerdings auch von der Gestalt des mit Ionen erfüllten Raumes, sowie von der Art der Umgebung ab, aber seine Größenordnung erhalten wir, wenn wir uns denselben als Kugel (vom Radius a) vorstellen, welche mit einem größeren Reservoir mittels einer sehr langen und sehr dünnen Röhre in Verbindung steht.

Das Auftreten einer Oberflächenladung E auf jener Kugel ist dann mit einer elektrischen Arbeit von der Größenordnung

$$\frac{1}{2}\frac{E^2}{aK} = \frac{1}{2}\frac{\nu\delta^2 e^2}{aK}$$

verbunden (wo K die Dielektrizitätskonstante des Mediums bedeutet), welche zu der osmotischen Arbeit zu addieren ist.

Somit ergibt sich in diesem Falle eine mittlere positive oder negative Überschußladung im Betrage von:

$$\sqrt{E^2} = e\sqrt{\frac{\nu}{1+\frac{e^2\nu}{aK}\frac{N}{H\Theta}}}, \qquad (11)$$

Würde es sich um einen Teil im Inneren eines Elektrolyten handeln, so wäre eine analoge Formel gültig, nur würde zum zweiten Glied des Nenners noch ein ziemlich schwierig zu berechnender Zahlenfaktor hinzutreten. Da der Faktor $\frac{e^2N}{H\Theta}$ den Wert $5{,}5\cdot 10^{-6}$ hat, sieht man, daß schon bei sehr verdünnten Elektrolyten die elektrostatische Wirkung die osmotische weit übertrifft, und daß der elektrische Ladungsüberschuß mit wachsender Ionenzahl ν zu einem Grenzwert von der Größenordnung $\sqrt{aK}\cdot 2\cdot 10^{-7}$ elektrostatischen Einheiten ansteigt, welcher im günstigsten Falle vielleicht an die Empfindlichkeitsgrenze des Elsterschen Einfadenelektrometers heranreichen dürfte.

Aber selbst wenn sich die Empfindlichkeit noch beliebig weiter steigern ließe, glaube ich nicht, daß jene Ladungsschwankungen an direkt verbundenen elektrostatischen Meßinstrumenten nachzuweisen wären, da dann eben nur die ohnehin schon vorhandene rein mechanische Brownsche Molekularschwankung des Zeigers zum Vorschein käme und deren Größe durch jene elektrischen Schwankungen gar nicht geändert würde.

Vielleicht ist es aber möglich, in indirekter Weise zum Ziele zu gelangen, indem man z. B. nach der Millikanschen Methode die Ladungen bestimmt, welche bei Zerstäubung einer leitenden Flüssigkeit oder eines metallischen Pulvers auf den einzelnen Tröpfchen entstehen. Nach obiger Formel würde man für Tröpfchen von einigen Mikronradius positive oder negative Ladungen von mehreren Elementarquanten erhalten. Fraglich ist nur, ob es gelingt, Fehler infolge Reibungselektrizität oder kapillarelektri-

1) H. Bateman, Phil. Mag. **21**, 745, 1911.

scher Wirkungen fernzuhalten. Abgesehen hiervon, scheint mir die Formel (11) auch überhaupt insofern interessant, indem sie zeigt, in wie hohem Grade die elektrischen Ladungen der Ionen auf die gleichmäßige Verteilung der letzteren hinwirken müssen, während die Dielektrizitätskonstante K einen entgegengesetzten Einfluß hat, und es scheinen sich da Anknüpfungspunkte an eine kinetische Theorie der elektrolytischen Dissoziation zu ergeben.

§ 14. An die Betrachtung der Inhomogenitäten der Dichte schließen sich naturgemäß analoge Überlegungen betreffs Regelmäßigkeit in der Orientierung, falls es sich um Moleküle von nicht kugelförmiger Gestalt handelt. Es scheinen hier Prof. Lehmanns flüssige Kristalle eine Anordnung in Schwärme annähernd paralleler Stäbchenmoleküle zu illustrieren, doch fehlen uns vorderhand noch leider die Grundlagen zu einer quantitativen Theorie solcher Erscheinungen, und selbst die Grundfrage ist noch strittig, ob es sich dabei um sozusagen passive Parallelrichtung handle — etwa wie Nadeln in einer Schachtel —, infolgedessen, daß das Gesamtvolumen von der Anordnung abhängt (Bose), oder ob dabei spezielle molekulare Richtkräfte ins Spiel treten (Lehmann[1]).

§ 15. Dagegen läßt sich die Theorie quantitativ leicht z. B. für den Fall entwickeln, wo eine äußere magnetische Richtkraft h auf Teilchen aus para- oder diamagnetischer Substanz einwirkt. Sind es z. B. verlängerte Rotationsellipsoide vom Volumen V, Exzentrizität η (als klein vorausgesetzt), so suchen sich dieselben parallel den magnetischen Kraftlinien einzustellen, und zwar mit einem Drehungsmoment

$$\frac{4}{5}\pi\eta^2 V\varkappa^2 h^2 \sin\Theta\cos\Theta .$$

Die Molekularbewegungen wirken dieser Parallelrichtung entgegen, und nach Formel (4) findet man beispielsweise leicht, daß die relative Häufigkeit der parallelen und der normalen Stellungen (bezogen auf gleiche Körperwinkel) sich verhält wie $1 : e^{-\frac{4}{5}\frac{\pi\eta^2 V\varkappa^2 h^2}{H\Theta}N}$.

Setzt man Zahlenwerte ein, so sieht man, daß sich durch Wahl geeigneter flüssiger Medien (Eisenchloridlösung), suspendierter Teilchen und Feldstärken leicht alle möglichen Fälle realisieren lassen, sowohl fast vollständige Parallelrichtung (Sättigung) wie auch ganz unregelmäßige Anordnung.

1) Von Prof. Pockels wurde ich auf eine interessante Bemerkung Maugains, C. R. 154, 1359, 1912, aufmerksam gemacht, wonach sich die zeitliche Veränderung der Schwarmrichtung bei geeigneter Anordnung durch ein Flimmern zu erkennen gibt, welches im magnetischen Felde verschwindet.

Diese Erscheinungen ließen sich gewiß leicht mikroskopisch beobachten und messend verfolgen, ein indirekt darauf beruhendes Phänomen ist übrigens schon seit einiger Zeit bekannt, nämlich die Erscheinungen der magnetischen Doppelbrechung und des magnetischen Dichroismus[1]), welche an kolloidalen Eisenhydroxydlösungen (Majorana, Cotton und Mouton) sowie an in Flüssigkeiten suspendierten Kristallpulvern (Meslin, Chaudier) auftreten; kürzlich haben Zeeman und Hoogenboom dieselben Phänomene an Salmiaknebeln bei Erregung eines elektrischen Feldes nachgewiesen[2]). Daß in diesen Fällen meist eine dem Quadrat der elektrischen bzw. magnetischen Kraft proportionale Wirkung gefunden wurde, zeigt, daß der Zustand von vollständiger Parallelrichtung der Kriställchen sehr weit entfernt war. Natürlich hängt ja die ganze moderne, namentlich von Langevin begründete Theorie des Dia- und Paramagnetismus, sowie der von Cotton und Mouton an homogenen Flüssigkeiten beobachteten Erscheinungen hiermit zusammen, da ja auch in derselben das Boltzmannsche $e^{-h\chi}$-Gesetz die Hauptrolle spielt, nur handelt es sich da um eigentliche Moleküle und Atome, welche nicht mehr direkt erkennbar sind.

§ 16. Nun möchte ich noch kurz zwei Anwendungen des Schwankungsprinzips erwähnen, welche sich von den bisher besprochenen dadurch unterscheiden, daß sie Deformationen fester Körper betreffen. Sie sind bisher nicht experimentell untersucht worden, und ich möchte sie der Aufmerksamkeit der Fachgenossen anempfehlen. Es handelt sich erstens um das schon früher erwähnte Beispiel eines Spiegels von minimalen Abmessungen, der an einem Torsionsfaden hängt, zweitens um die Horizontalverschiebungen des unteren Endes eines vertikal hängenden, sehr dünnen Quarzfadens.

In beiden Fällen ist die bei Verschiebung aus der Gleichgewichtslage geleistete Arbeit eine quadratische Funktion, also gilt die Formel des § 8. Der mittlere Ablenkungswinkel des gespiegelten Strahles aus der Nullage wird somit betragen:

$$\sqrt{\varphi^2} = 2\sqrt{\frac{H\Theta}{N}\frac{2l}{Ta^4\pi}}, \qquad (12)$$

was zum Beispiel bei Anwendung eines Quarzfadens von 10^{-5} cm Dicke und 1 cm Länge ca. einen halben Grad ausmachen würde.

1) Cotton und Mouton, C. R. **142**, 141, 317, 1906; G. Meslin, C. R. **136**, 888, 930, 1059, 1305, 1438, 1641, 1903; **137**, 182, 1903; J. Chaudier, C. R. **137**, 248, 1903.

2) P. Zeeman u. C. M. Hoogenboom, Versl. Ak. Wet. Amsterd. **20**, 570, 921, 1911/12; Beibl. **36**, 741, 1912. (Anm. bei der Korrektur.) Dies scheint nicht auf Parallelrichtung zu beruhen, da Salmiakkristalle regulär sind.

§ 17. Die strenge Berechnung des zweiten Falles ist etwas komplizierter, da der Quarzfaden hier als kontinuierlich deformierbarer Körper auftritt und außer der Schwerkraft auch die Biegungsarbeit in Betracht kommt. Man könnte die von ihm beschriebene Kurve durch eine Fouriersche Reihe beschreiben und den mittleren Quadratwert der Verschiebung nach Formel (4) durch Integration nach den Koeffizienten berechnen, aber die Größenordnung erhält man auch so richtig, wenn man den Faden als steifen Stab auffaßt und nur die Schwerkraft berücksichtigt. Es gibt dies für die mittlere, positive oder negative Horizontalverschiebung des Fadenendes aus der Nullage:

$$\sqrt{\delta^2} = \sqrt{\frac{H\Theta}{N}}\frac{2}{a^2\pi\varrho g}, \qquad (13)$$

also für einen Quarzfaden von der vorher angenommenen Art = 0,006 mm.

Die Untersuchung dieser Mikrophänomene ist natürlich mit vielen Schwierigkeiten verbunden (radiometrische Erscheinungen, Lichtdruck, Erschütterungen), aber sie dürfte wohl ausführbar sein. Von Interesse wird dabei auch die Abhängigkeit jener Schwankungen vom Drucke des umgebenden Gases sein. Auf die Größe der Schwankungen ist derselbe natürlich ohne jeden Einfluß, wohl aber wird der zeitliche Verlauf, die Änderungsgeschwindigkeit derselben, vom Gasdrucke abhängen. Der Torsionsspiegel (und ebenso auch der Quarzfaden) wird eine Art Brownscher Bewegung um die Gleichgewichtslage herum ausführen, deren Amplituden innerhalb des Bereichs der mittleren Ablenkung nach den früher erwähnten Formeln für gewöhnliche Brownsche Rotationsbewegung geschätzt werden können. In stark verdünnten Gasen, wo die Reibungswiderstände proportional der Gasdichte sind, wird die Geschwindigkeit der Schwankungen mit Verdünnung zunehmen und kann vielleicht als Maß der Verdünnung dienen. An diese letzten zwei Beispiele ließen sich auch interessante theoretische Spekulationen anknüpfen über die durch Endlichkeit der Wirkungsquanten hervorgebrachten Modifikationen, doch scheint sich derzeit keine Aussicht darzubieten, um denselben eine experimentell direkt greifbare Gestalt zu verleihen.

§ 18. Insoweit haben wir uns ausschließlich mit Schwankungen der Koordinaten eines Systems beschäftigt. In ähnlicher Weise könnte man auch an der Hand der Gleichung (3) die Schwankungen der Energie oder der Geschwindigkeiten der einzelnen Koordinaten untersuchen. Die mittleren Energieschwankungen sind eigentlich unter Umständen ganz beträchtlich, sie entsprechen z. B. für 1 cm³ Wasser einer Verschiebung des Schwerpunktes in der Vertikalrichtung von der Größenordnung eines Millimeters, doch ist ein experimenteller Nachweis derselben angesichts der Ungenauigkeit kalorimetrischer Messungen ganz aussichtslos.

§ 19. Besser steht es mit den Geschwindigkeitsschwankungen. Da die kinetische Energie eine quadratische Funktion der Impulse ist, und da diese im Ausdruck für die Zustandswahrscheinlichkeit mit den Koordinaten gleichberechtigt auftreten, sieht man ohne weiteres, analog wie in (§ 8), daß für die Geschwindigkeit jeder Koordinatenbewegung das Fehlergesetz gilt, und daß ihre mittlere kinetische Energie gleich ist:

$$\frac{1}{2}M\overline{\xi^2} = \frac{1}{2}\frac{H\Theta}{N}.$$

Das ist einfach das Maxwellsche Verteilungsgesetz der Molekulargeschwindigkeiten und Äquipartitionsgesetz der Energie.

Durch direkte Beobachtung läßt sich die Geschwindigkeit natürlich nicht messen, obwohl ihre Größe z. B. bei mikroskopisch kleinen Teilchen sonst ganz geeignet wäre, denn sie ändert unaufhörlich ihre Richtung, und man sieht nur die geometrische Resultante der zahlreichen, außerordentlich kurzen mittleren Weglängen: als „Brownsche Bewegung". Wohl aber kann in indirekter Weise die Geschwindigkeitsverteilung der Moleküle eines sehr verdünnten leuchtenden Gases kontrolliert werden, da sie zufolge des Dopplerschen Prinzips ein genaues Widerbild finden muß in der Intensitätsverteilung im Bereiche einer jeden Spektrallinie.

Bekanntlich hat schon Michelson Messungen der Breite von Spektrallinien ausgeführt, welche mit den theoretisch zu erwartenden Werten in gewissen Fällen recht gut übereinstimmten, aber als eine ganz frappante Bestätigung des Maxwellschen Geschwindigkeitsgesetzes muß man wohl eine hochinteressante, kürzlich erschienene Arbeit von Buisson und Fabry[1]) anerkennen. Es wird daselbst durch Messungen an den Spektren von Helium, Neon, Krypton gezeigt, daß die Breite der Spektrallinien, dividiert durch deren Wellenlänge, tatsächlich proportional ist der Molekulargeschwindigkeit, nämlich proportional der Wurzel aus der absoluten Temperatur, dividiert durch das Molekulargewicht des Gases, und ebenso stimmen auch die absoluten Werte vollständig mit der Theorie. Die bei der Temperatur flüssiger Luft erregten Kryptonlinien besitzen unter allen bisher

1) H. Buisson und Ch. Fabry, Journ. d. Phys. **2**, 442, 1912; auch die interessanten Arbeiten von Richardson über Elektronenausstrahlung durch erhitzte Körper bilden einen experimentellen Nachweis für das Maxwellsche Verteilungsgesetz, jedoch mehr indirekter Natur.

daraufhin untersuchten Spektrallinien die größte Interferenzfähigkeit.

III.

§ 20. Im muß Sie, meine Herren, um Entschuldigung bitten, daß ich Sie durch eine solche Menge verschiedenartiger experimenteller Detailfragen ermüdet habe; es geschah dies absichtlich, denn es handelte sich mir darum: zu zeigen, daß diese „automatischen Abweichungen vom Zustande idealen thermodynamischen Gleichgewichts" keine Ausgeburt der Phantasie spekulativer Theoretiker sind, sondern daß wir physikalisch reelle Phänomene vor uns haben, welche für die mikroskopische Physik grundlegende Bedeutung haben, aber auch in vielen Fällen auf das Gebiet gewöhnlicher, makroskopischer Erscheinungen hinüberspielen.

Nun kommen wir aber zur prinzipiellen Frage zurück:

Wie verhält es sich also mit dem zweiten Hauptsatz? In der üblichen Fassung von Clausius oder Thomson ist er ja sicher nicht richtig, denn wir sehen ja, daß kleine Körper zufolge ihres Wärmeinhalts sich von selber in Bewegung setzen, daß sie gegen die Schwerkraft, die magnetische Kraft Arbeit leisten, daß automatisch Dichte- und Konzentrationsunterschiede auftreten usw., und die Größe dieser Schwankungen ist ja, sowie die Größe der Molekulargeschwindigkeiten, vollständig unbegrenzt. Kann man also prinzipiell mit verbesserten Hilfsmitteln ein Perpetuum mobile zweiter Art konstruieren?

Auf den ersten Blick scheint dies ohne weiteres möglich zu sein, und es scheinen gar manche Forscher (Lippmann, Svedberg, Ostwald, Richarz)[1]) der Ansicht zu sein, daß hier ein vollständiger Widerspruch mit dem zweiten Hauptsatz vorliegt. Wir brauchen ja gar keinen Maxwellschen Dämon, denn wir können anstatt seiner eine automatische Vorrichtung anwenden, da merkliche Druckschwankungen und Bewegungserscheinungen schon im Bereich bequem mikroskopisch (sogar mit dem freien Auge) sichtbarer Raumteile auftreten; wir können z. B. in der Scheidewand eines Gefäßes ein Loch von mikroskopisch kleinen Dimensionen herstellen und es mit einem kleinen, einseitig wirkenden Ventil versehen, oder mit einem Kranz von feinen elastischen Härchen (Wimpern), welche den Teilchen einer Emulsion nur den Hindurchgang nach einer Seite gestatten würden. Eine solche Vorrichtung würde automatisch eine dauernde Druckdifferenz herstellen und wäre so eine Quelle nutzbarer Energie auf Kosten der Wärme der Umgebung. Theoretisch noch einfacher und übersichtlicher ist das Beispiel des Torsionsfadens. Bringen wir anstatt des Spiegels unten ein Zahnrad mit einer Sperrklinke (mit Zwangsführung) an, welche nur einseitige Drehung zuläßt. Infolge der fortwährenden Schwankungen wird das Zahnrad eine Drehung, der Faden eine Torsion erfahren, welche dauernd zu nutzbarer Arbeit am Aufhängepunkt verwendet werden könnte. Es wäre diese Vorrichtung analog einer Spielbank, welche die Gesetze des Zufalls systematisch korrigiert. Die Schwierigkeit der technischen Ausführung bildet da keinen Einwand, wenn die Sache nur prinzipiell möglich ist.

§ 21. Trotz alledem glaube ich nicht, daß wir auf diese Weise ein dauernd arbeitsleistendes Perpetuum mobile erhalten; denn gerade in der Herstellung des einseitigen Ventils, der Sperrklinke, liegt eine prinzipielle Unmöglichkeit, sofern die Betrachtungen der statistischen Mechanik zu Recht bestehen. Diese Vorrichtungen wirken unter gewöhnlichen Umständen eben nur dadurch, daß sie in der Gleichgewichtslage verharren müssen, welche einem Minimum potentieller Energie entspricht. Sobald es sich aber um molekulare Schwankungen handelt, sind neben der Minimallage sämtliche anderen Lagen möglich, und zwar sind sie nach Maßgabe der Größe der Gesamtarbeit verteilt[1]). Das Ventil hat seine eigene Schwankungstendenz; entweder ist seine Federkraft so groß, daß es überhaupt fast nicht aufgeht, oder sie ist so klein, daß es fortwährend umherschwankt und darum unwirksam bleibt. Ein Perpetuum mobile wäre also nur dann möglich, falls man ein Ventil von ganz anderer Art, ohne molekulare Schwankungstendenz, konstruieren könnte, und dazu sehen wir heute keine Möglichkeit.

§ 22. Ähnliche Überlegungen gelten, wenn man ein indirekt wirkendes Perpetuum mobile konstruieren wollte (Lippmann, Svedberg), z. B. in der Art, daß automatisch, ohne äußere Arbeit, Temperaturdifferenzen innerhalb eines anfangs gleichtemperierten Systems hervorgebracht würden. Denken wir uns z. B. einen

1) G. Lippmann, Rapp. du Congr. Int. d. Phys. Paris 1900, I. S. 546; Th. Svedberg, Zeitschr. f. phys. Chem. **59**, 451, 1907; W. Ostwald, Zeitschr. f. phys. Chem. **57**, 383, 1906; F. Richarz, Sitzungsber. Ges. Naturw. Marburg 1907, S. 188.

1) Am einfachsten illustriert dies eine graphische Darstellung, indem man die Winkelverschiebung des Zahnrades als x, die Verschiebung der Sperrklinke als y, die geleistete Gesamtarbeit als z aufträgt. Im Falle einer Sperrklinke mit Zwangsführung (durch eine wellenförmige Nut leicht herstellbar) erhält man eine wellen- oder zickzackförmige, vom Nullpunkt aus beiderseits aufsteigende Kurve, im Falle einer gewöhnlichen, einseitig begrenzenden Sperrklinke eine Fläche. Die Dichte der Zustandspunkte auf der Kurve bzw. Fläche ist dann nur eine Funktion von z (nach Formel 4).

elektrisch geladenen Luftkondensator. Infolge der fortwährenden Schwankungen der Luftdichte und der damit zusammenhängenden Dielektrizitätskonstante ist die Kapazität fortwährenden Variationen unterworfen, also könnte man denken, daß Wechselströme influenziert werden, welche den zur Erde gehenden Verbindungsdraht erwärmen müßten, und zwar indirekt auf Kosten der Wärmebewegung der gasförmigen Isolierdichte. In Wirklichkeit aber entstehen ohnehin auf jeden Fall in einem molekularen elektrischen Leiter automatische Potentialschwankungen[1]), in Gemäßheit mit Formel (4). [Siehe auch § 13.] Man könnte ebensogut umgekehrt schließen, daß diese Potentialschwankungen eine wechselnde Elektrostriktion und mechanische Bewegung des Zwischenmediums und hierdurch eine Erwärmung des letzteren auf Kosten der Wärme des metallischen Leiters hervorbringen müßten. Ebenso verfehlt wäre es ja, wenn man gewisse Teile einer Flüssigkeit durch Reibung erwärmen wollte, indem man die Brownsche Molekularbewegung suspendierter Teilchen mittels Verbindungsfäden auf dieselben übertragen würde.

Es scheint also trotz jener Schwankungen unseren heutigen Kenntnissen zufolge nicht möglich zu sein, durch irgendwelche derartige Vorrichtungen eine fortdauernde Wärmeansammlung in einem im Gleichgewicht befindlichen Medium hervorzurufen, und es scheint derzeit die Konstruktion eines dauernd Arbeit liefernden Perpetuum mobile nicht durch rein technische Schwierigkeiten, sondern durch prinzipielle Umstände ausgeschlossen zu sein.

§ 23. Diese kurzen Ausführungen sollen natürlich nur dazu dienen, diese Behauptung physikalisch plausibel zu machen, als eigentlichen Beweis kann man nur die Darlegungen der statistischen Mechanik ansehen. Dieselben weisen ja heute allerdings noch manche Lücken auf[2]), wie dies z. B. von Ehrenfest in dem zusammenfassenden Artikel in der Enzyklopädie d. math. Wiss. sehr treffend hervorgehoben wird, aber ihre Beweiskraft gewinnt wohl in den Augen der Physiker eine wesentliche Stütze in den heute besprochenen Erscheinungen.

Fassen wir das Gesagte noch kurz zusammen. Die molekularen Schwankungsphänomene geben uns heute keinen Grund, den zweiten Hauptsatz, wie so viele andere Dogmen der Physik, vollständig umzustoßen. Sie nötigen uns nur zu einer abweichenden Formulierung, wenn wir für die Sätze der Thermodynamik universelle Geltung beanspruchen. Es genügt vielleicht eine scheinbar ganz geringfügige Ergänzung des Wortlautes, indem man sagt: „Es kann keine automatische Vorrichtung geben, welche fortgesetzt nutzbare Arbeit auf Kosten der Wärme tiefster Temperatur erzeugen würde". Es genügt sogar die kurze Fassung: „Unmöglichkeit eines Perpetuum mobile zweiter Art", nur verlegt man die Schwierigkeit dann in die Erklärung des letzteren Begriffs.

Denn es kann Arbeit auf Kosten der Wärme niederer Temperatur erhalten werden, und es kann Wärme von selbst von niederer Temperatur zu höherer übergehen, und die scheinbar irreversibeln Prozesse sind tatsächlich reversibel[1]). Man braucht dazu gar keine eigene Vorrichtung, man muß nur einfach warten, bis es infolge der Gesetze des Zufalls von selbst geschieht, das heißt bis eine entsprechend große Abweichung vom Normalzustand stattfindet. Ein jeder, auch noch so „unwahrscheinliche" Zustand wird sich im Laufe der Zeit ereignen, und ein jeder Arbeitsbetrag A wird auf Kosten der umgebenden Wärme geliefert werden. Nur wächst die dazu durchschnittlich erforderliche Zeit T so außerordentlich, sobald man den Bereich der mittleren Schwankung erheblich überschreitet, daß das Verhältnis

$$\lim_{\infty} \frac{A}{T} = 0 \qquad (14)$$

wird.

Ebenso kann man bei einem ehrlichen Glücksspiel mit absoluter Sicherheit jeden gewünschten Betrag gewinnen, falls man die Dauer des Spieles beliebig ausdehnen darf, also wenn man genügend Zeit und Kapital zur Verfügung hat, um nicht zum vorzeitigen Abbruch desselben gezwungen zu sein; aber trotzdem kann ein solches nicht eine dauernde Erwerbsquelle bilden, da die zum Gewinn eines Betrags voraussichtlich erforderliche Zeit im quadratischen Verhältnis mit der Größe des letzteren wächst[2]).

1) Übrigens strahlen solche elektrische Systeme natürlich außerdem eine gewisse Energiemenge nach außen aus, und es hat schon Einstein darauf aufmerksam gemacht, daß die Rayleighsche Strahlungsformel mit der Brownschen Bewegung der elektrischen Ladungen zusammenhängt.

2) Heutzutage wäre es wohl wünschenswert, dieselben durch eine „statistische Elektrodynamik" zu ersetzen. Das Hauptproblem ist offenbar die konsequente Einreihung der Quantentheorie und der von Nernst behandelten Erscheinungen in das bisherige theoretische System.

1) Beispielsweise entsteht bei der Brownschen Bewegung fortwährend Wärme durch Reibung und umgekehrt reibende Bewegung durch Wärme.

2) Der Wahrscheinlichkeitsrechnung zufolge ist die Wahrscheinlichkeit, daß unter N Würfen um m mehr günstige als ungünstige stattfinden (oder umgekehrt) gegeben durch $W(m) = \frac{N!}{\left(\frac{N-m}{2}\right)!\left(\frac{N+m}{2}\right)!}\left(\frac{1}{2}\right)^N$, was für große Zahlen übergeht in $W(m) = \sqrt{\frac{2}{N\pi}}\, e^{-\frac{m^2}{2N}}$. Das mittlere Quadrat des günstigen oder ungünstigen Überschusses ist: $\bar{m}^2 = N$.

Diskussion.

Rubens: Der Herr Vortragende hat die Definition des zweiten Hauptsatzes aus der Wahrscheinlichkeit gar nicht berührt. Wenn man den zweiten Hauptsatz lediglich auf die Wahrscheinlichkeit gründet, wie dies Boltzmann und Planck getan haben, dann fallen alle diese anthropomorphen Schwierigkeiten fort, die in der Nichtausführbarkeit eines Perpetuum mobile zweiter Art liegen.

Vortragender: Man spricht doch gewöhnlich die Sätze der Thermodynamik so aus, als ob sie universell gelten, und man darf dann nicht hinterdrein sagen, daß sie nur annähernd gelten, oder auch die Abweichungen ganz verschweigen. Man sollte in der Physik nicht so verfahren, daß die eine Hand nicht weiß, was die andere tut, sondern wenn die Existenz der Schwankungen wirklich feststeht, den zweiten Hauptsatz so formulieren, daß er durch diese Erscheinungen nicht umgestoßen wird, sondern daß er mit ihnen verträglich wird.

Selbstverständlich halte ich die Wahrscheinlichkeitsdefinition der Entropie eigentlich für die beste, aber sie ist doch nur auf Grund der statistischen Mechanik verständlich. Ich wollte nur zeigen, daß man auf jeden Fall die übliche phänomenologisch-thermodynamische Formulierung modifizieren müsse.

Kaufmann: Der Herr Vortragende hat angedeutet, warum vermutlich auch mittels automatischer Ventile keine dem zweiten Hauptsatz widersprechende mathematische Auslese hervorgerufen werden könne. Anders liegen die Verhältnisse bei einem Ventil, dessen Bewegung theoretisch keine Arbeit erfordert, etwa einem Schieber. Dann müßte aber eine das Ventil betätigende Intelligenz vorhanden sein, die das Öffnen und Schließen im richtigen Moment besorgte; ich glaube, daß bei der Brownschen Molekularbewegung so etwas praktisch ausführbar wäre. Dann würde also durch Mitwirkung intelligenter Lebewesen der zweite Hauptsatz durchbrochen werden, eine Folgerung, die man eventuell im Sinne der neovitalistischen Auffassung als Beweis dafür ansehen könnte, daß die physikochemischen Gesetze allein für die Erklärung biologischen und psychischen Geschehens nicht ausreichen.

Vortragender: Das im Vortrag Gesagte bezieht sich gewiß nur auf automatische Vorrichtungen, und es unterliegt gewiß keinem Zweifel, daß ein intelligentes, die physikalischen Phänomene durchschauendes Wesen Vorgänge hervorrufen könnte, welche dem zweiten Hauptsatz widersprechen. Das hat ja schon Maxwell mit seinen Dämonen bewiesen. Aber Intelligenz geht über den Rahmen der Physik hinaus. Andererseits wäre es nicht ausgeschlossen, daß das Wirken der Intelligenz, die mechanische Betätigung derselben mit Arbeitsaufwand und Dissipation der Energie verbunden ist und daß vielleicht doch noch eine Kompensation stattfindet.

Ornstein: Bei der Thermodynamik wird doch immer nur das Gleichgewichtsprinzip angewendet, und das Clausiussche Prinzip hat doch nur die Bedeutung, es zu beweisen. Also wäre es vielleicht richtig, den Satz so einzukleiden: Die Gleichgewichtsbedingung kann man für irgendeinen ausgedehnten Stoff aus den einfachen thermodynamischen Sätzen ableiten, wenn die Räume nicht zu klein werden, und der Grad der Kleinheit, wo die Thermodynamik noch gilt, hängt ab von den Dingen, mit denen man zu tun hat. Auch im Falle, wo Brownsche Bewegung ist, kann man für viele Betrachtungen die Thermodynamik noch gewiß anwenden und für andere Fälle, wo kleine Gebiete in Betracht kommen, nicht. Ich glaube, auch auf diesem Wege wäre eine Formulierung zu finden.

Smoluchowski: Das ließe sich wohl auch so formulieren, doch da ist die Schwierigkeit der Grenze zwischen makroskopischen und mikroskopischen Vorgängen. Es ist doch mißlich, wenn man einen allgemeinen prinzipiellen Satz ausdrücken will und in den Wortlaut unbestimmte subjektive Begriffe wie Beobachtungsschärfe oder experimentelle Geschicklichkeit einführen muß. Deshalb scheint mir die andere Formulierung vorteilhafter zu sein, welche gewisse Abweichungen zuläßt und diesen Satz nur innerhalb langer Zeiträume als gültig annimmt.

Aus der Abteilung für Physik:

K. Baedeker (Jena), Künstliche metallische Leiter.

Kupferjodür, die Verbindung des einwertigen Kupfers mit Jod, und Silberjodid haben die Eigenschaft, im festen Zustande freies Jod aufzunehmen und durch diesen Vorgang zu Elektrizitätsleitern zu werden, was sie in reinem Zustand nicht oder kaum merklich sind. CuJ kann bei Zimmertemperatur auf jedes Gramm bis 3,3 mg freies Jod aufnehmen und erreicht dabei ein Leitvermögen vom etwa 100fachem Betrage wie bestleitende Schwefelsäure, bei AgJ sind die entsprechenden Vorgänge außerordentlich viel weniger auffällig, so daß die Gewichtsvermehrung durch Jodaufnahme bisher nicht, die Leitfähigkeitszunahme nur qualitativ feststellbar war.

Die benutzten Präparate, hergestellt durch

Kathodenzerstäubung der Metalle auf Glasunterlage und darauffolgende Jodierung, zeigen sehr wahrscheinlich metallische Leitung, denn sie werden durch den Strom nicht zersetzt und folgen dem Gesetz der Voltaschen Reihe. Da sich ihr Leitvermögen durch Variation des Jodgehalts in beliebiger Weise abstufen läßt, so können sie versuchsweise aufgefaßt werden als metallische Leiter mit variabler Elektronenkonzentration. Für die jodarmen, also schlechtleitenden Zustände wird man weiter eine Analogie zu den verdünnten Elektrolyten durchführen können, in dem Sinn, daß man die Leitfähigkeit direkt als ein Maß der Elektronenkonzentration ansieht. Diese Analogie im Verein mit den durch die Elektronentheorie der Metalle gegebenen Ansätzen kann als Ausgangspunkt für eine Reihe von Untersuchungen über die elektrischen Eigenschaften der Präparate benutzt werden, deren Ergebnisse hier mitgeteilt werden sollen.

I. Der Temperaturkoeffizient des spezifischen Widerstands. Hier gibt zwar die Theorie einen sicheren Fingerzeig nicht, doch scheint für reine, gutleitende Metalle als allgemeiner Satz festzustehen, daß diese alle einen gemeinsamen Temperaturkoeffizienten haben, der der Zahl nach gleich dem Ausdehnungskoeffizienten der idealen Gase ist. Gutleitende jodreiche CuJ-Präparate erreichen auch nahe diesen Wert. Schlechter leitende zeigen ein Verhalten wie die von Koenigsberger untersuchten schlechten metallischen Leiter, nämlich ein Minimum des Widerstandes bei bestimmter Temperatur und Konvergenz gegen den Wert unendlich bei sehr niedrigen, gegen lineares Ansteigen bei höheren Temperaturen.

II. Der Hallsche Effekt. Die von Boltzmann gegebene elementare Theorie dieser Erscheinung führt zu dem Resultat, daß die im Magnetfeld entstehende transversale Kraft proportional sein muß mit der gemeinsamen Translationsgeschwindigkeit der Elektronen und mit dem Magnetfeld. Diese Theorie ist mit der Erfahrung nur teilweise verträglich, weil sie nur ein Vorzeichen für den Effekt zuläßt, und zwar das entgegengesetzte, wie es die CuJ-Präparate zeigen. Trotzdem wird wohl jede Theorie, wie auch immer sie sich im einzelnen mit der regellosen Wärmebewegung der Elektronen abfindet, wenn sie die magnetelektrische Wirkung als Ausgangspunkt benutzt, zu dem Resultat führen, daß der Effekt der Translationsgeschwindigkeit der Elektronen proportional sei; anders würde sie mit dem von der Erfahrung gegebenen Satz der Proportionalität mit dem Primärstrom kaum vereinbar sein.

Hält man an dieser Grundlage fest, so ist eine Anwendung auf die CuJ-Präparate möglich. In der gewöhnlichen Darstellungsweise des Halleffekts ist der Hallsche Koeffizient definiert als die Transversalkraft, wenn Feld- und Primärstrom gleich 1 sind. Um nun in verschieden leitenden CuJ-Präparaten dieselbe Stromdichte herzustellen, muß die Elektronengeschwindigkeit im gleichen Verhältnis gesteigert werden, wie die Elektronenzahl abnimmt. Der Hallsche Koeffizient muß also umgekehrt proportional mit der Elektronenkonzentration oder auch — unter der Voraussetzung verdünnter Zustände — mit der Leitfähigkeit oder schließlich direkt proportional mit dem Widerstand werden. Diese Überlegung wird durch Messungen von C. Steinberg weitgehend bestätigt, wenigstens in einem Intervall der spezifischen Widerstände von ca. 1—100 Ohm/cm. Besser leitende Präparate, von 0,01—1 Ohm zeigten Werte, die sich diesem Gesetz nicht einfügen, die Voraussetzung der verdünnten Lösung ist also hier nicht mehr zulässig.

III. Die thermoelektrische Kraft. Am bündigsten werden die Resultate der Theorie auf dem Gebiete der Thermoelektrizität. Zwei Leiter, deren Elektronenkonzentration n_1 und n_2 sind, sollen pro Grad Temperaturdifferenz eine Thermokraft

$$e = \frac{R}{F} \lg \frac{n_1}{n_2}$$

($R = 8{,}316 \cdot 10^7$; $F = 9647$) gegeneinander zeigen. Diese Formel, deren Allgemeingültigkeit mit Recht öfters in Zweifel gezogen worden ist, wird sich unbedenklich in dem Fall anwenden lassen, daß zwei Präparate verschiedenen Leitvermögens thermoelektrisch verglichen werden, denn für diesen theoretisch einfachen Fall führen auch die neueren von verbesserten Voraussetzungen ausgehenden Theorien der Thermoelektrizität zum gleichen Resultat. Für die praktischen Berechnungen formt man sie hier so um:

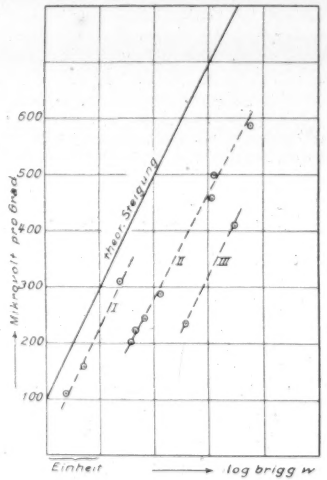
$$e = \frac{R}{F} \lg \frac{n_1}{n_2} = \frac{R}{F} \lg \frac{\varkappa_1}{\varkappa_2} = \frac{R}{F} \lg \frac{\sigma_2}{\sigma_1}$$

($\varkappa$ ist das Leitvermögen, σ der spezifische Widerstand). Statt zwei Präparate gegeneinander zu messen, ist es einfacher, ein und dasselbe Präparat in verschiedenen Konzentrationen gegen ein Normalmetall zu vergleichen. Dann wird schließlich die Differenz zweier Thermokräfte gegen das Normalmetall zahlenmäßig

$$e_1 - e_2 = 198{,}5 \log \text{brigg} \frac{w_2}{w_1} \text{ Mikrovolt/Grad.}$$

Die Prüfung dieser Formel an der Erfahrung ergab eine gute Bestätigung, wie das Diagramm zeigt, das sich auf Messungen an

drei Präparaten zwischen 0^0 und 20^0 bezieht. Sowohl die lineare Beziehung zwischen Thermokraft und Logarithmus des Widerstandes, wie auch der Zahlwert des Faktors sind vollständig wiedergegeben.



Dies sind die bisher erhaltenen Resultate. Obgleich sie sicher der Bestätigung und Erweiterung bedürfen, sind sie doch wohl schon geeignet, zu zeigen, daß die Theorie der Metalle imstande ist, Voraussagung zu liefern, die auf anderer Basis nicht möglich sind.

Diskussion.

Glatzel: Im Zusammenhang mit ähnlichen Erscheinungen am Selen möchte ich mir die Anfrage erlauben, ob es nicht möglich ist, ebenso wie Selenelemente auch Jodkupferelemente herzustellen. Es wäre dann jedenfalls wohl möglich, bei geeigneter Anordnung trägheitslose Zellen herzustellen, wie ich für Selenelemente nachweisen konnte. Mir scheint das um so wahrscheinlicher zu sein, als man ja mit dem Jodsilber ähnliche lichtelektrische Anordnungen bereits seit längerer Zeit kennt, z. B. diejenigen von Jonny und Rigollot. Allerdings handelt es sich bei den bekannten Elementanordnungen wohl stets um Erregung einer elektromotorischen Kraft unter dem Einfluß des Lichtes und nicht um Widerstandsänderungen; jedoch halte ich es nicht für ausgeschlossen, daß die von Herrn Baedeker hergestellten Präparate sich in Elementen auch ebenso verhalten können.

Baedeker: Ich denke, es läßt sich praktisch nicht durch die Änderung einer elektromotorischen Kraft im Licht die Änderung eines Widerstands ohne weiteres ersetzen. Über die Änderung der elektromotorischen Kraft im Licht liegen bei Kupferjodür keine Erfahrungen vor.

Ebert: Mit Rücksicht auf die Demonstration des Halleffekts interessiert es mich, daß Sie Platten mit so großer Konstante des Halleffekts erhalten haben; ich möchte fragen, ob dieselben haltbar sind. Man könnte sie dann vielleicht statt der Wismutplatte verwenden?

Baedeker: Für Versuchsanordnungen würde der Effekt wohl nicht so groß sein wie im Wismut. Der innere Widerstand ist sehr groß.

Grebe: Sind diese Beobachtungen mit der Vakuumzelle schon für Licht verschiedener Intensität angestellt, und kommt da einigermaßen Proportionalität heraus?

Baedeker: Ja, das ist schon gemacht, Proportionalität mit der Intensität kommt nicht heraus. Der Dauereffekt steigt langsamer als die Belichtung, nur die Geschwindigkeit des ersten Anstieges ist proportional der Intensität.

Nernst: Ist es ganz ausgeschlossen, daß man es hier mit verdünnten Lösungen zu tun hat, d. h. mit Ionen und nicht mit Elektronen?

Baedeker: Die spezifische Leitfähigkeit ist dafür doch wohl zu groß, bis 300 mal so viel wie bei bestleitender Schwefelsäure.

Nernst: Die Formel setzt voraus, daß für die Elektronen die Gasgesetze gelten. Das ist doch von großer prinzipieller Bedeutung. Kommen wir zu dem Resultat, daß für die Elektronen die Gasgesetze gelten, so entstehen bei den Metallen gewisse Schwierigkeiten.

B. Walter (Hamburg), Stereoskopische Blitzaufnahmen. (Mit Tafel XXXI u. XXXII.)

Vor zwei Jahren habe ich im Jahrbuch der Hamburgischen Wissenschaftlichen Anstalten mehrere Doppelaufnahmen von Blitzen veröffentlicht, von denen je die eine mit einer fest aufgestellten und die andere mit einer durch Uhrwerk bewegten photographischen Kamera erhalten war. Diese doppelte Aufnahme einer Blitzerscheinung hatte hauptsächlich den Zweck, den zeitlichen Zusammenhang zwischen solchen Entladungen zu ermitteln, welche zwar an verschiedener Stelle des Himmels, jedoch nahezu in demselben Augenblick auftreten, und über deren elektrische Zusammengehörigkeit deswegen kein Zweifel sein kann. Bei der Bearbeitung der genannten Aufnahmen machte sich nun vielfach das Bedürfnis geltend, zugleich mit dem zeitlichen

auch den genaueren örtlichen Zusammenhang derartiger „zusammengehöriger" Blitze zu erfahren, und so habe ich denn neuerdings zur Aufnahme dieser Erscheinungen nicht bloß zwei, sondern drei photographische Apparate benutzt, von denen der eine nach wie vor durch Uhrwerk bewegt wurde, während die beiden andern auf einer etwas längeren Holzlatte in 2 m Abstand voneinander festgeschraubt und mit Hilfe zweier daselbst angebrachter Kreisteilungen auch stets achsenparallel zueinander gerichtet werden konnten.

Aus den von den letzteren beiden Apparaten gelieferten Bildern läßt sich dann die Entfernung der einzelnen Blitze vom Beobachter in bekannter Weise ermitteln, und außerdem ergibt auch jedes dieser beiden Bilder in Verbindung mit dem dritten, mit bewegtem Apparat erhaltenen die etwaigen Zeitunterschiede zwischen den einzelnen Entladungen, so daß also auf diese Weise zugleich eine örtliche und zeitliche Analyse aller Vorgänge gewonnen ist.

Die beiden mit den fest aufgestellten Apparaten erhaltenen Bilder eignen sich nun aber ferner auch, wenn die Größe der Standlinie und die Entfernung des Blitzes in richtigem Verhältnis zueinander standen, recht gut für die stereoskopische Betrachtung, so daß man dann die Abstandsunterschiede der verschiedenen Entladungen qualitativ auch schon mit einem einzigen Blick übersehen kann.

Im Laufe des letzten Sommers ist es mir nun auch bereits gelungen, mit dem oben skizzierten Apparat einige derartige stereoskopisch wirkende Blitzbilderpaare zu erhalten, die auch schon deswegen von Interesse sein dürften, weil sie, soviel ich weiß, die ersten Bilder dieser Art sind. Von ihnen ist das bemerkenswerteste in der Fig. 1, Tafel XXXI dargestellt, während das dritte zugehörige Bild, das mit der bewegten Kamera erhalten wurde, in Fig. 2, Tafel XXXII wiedergegeben ist. Der stereoskopische Anblick der Fig. 1 läßt nun zunächst erkennen, daß die sich im Einzelbilde z. T. überquerenden Verästelungen des Hauptblitzes räumlich durchaus voneinander getrennt sind, so daß also damit bewiesen ist, daß es sich hierbei um vollkommen selbständige Seitenäste des Hauptblitzes handelt, wie es ja auch nach der von mir gegebenen Theorie der Entstehungsweise der Blitzbahn nicht anders zu erwarten war[1]).

Ferner zeigt die stereoskopische Betrachtung, daß in diesem Falle weit hinter den stärksten der nach links gehenden Verästelungen des Hauptblitzes noch ein zweiter vollkommen selbständiger Blitz aufgetreten ist, dessen Ursprungsstelle in der Wolke man leicht findet, und der sich von hier aus nach unten links hin gewandt hat, um anscheinend in einer zweiten Wolke zu enden. Die Ausmessung der Originalaufnahmen ergab für die Entfernung des Hauptblitzes vom Beobachter etwa 350 m und für die des zuletzt erwähnten Wolkenblitzes etwa 650 m.

Daß dieser letztere wirklich eine vom Hauptblitze vollkommen unabhängige Entladung darstellt, wird ferner auch noch durch die mit bewegter Kamera erhaltene, in Fig. 2 dargestellte dritte Aufnahme dieser Erscheinung bewiesen, da nämlich hiernach der zeitliche Verlauf beider Blitze ein vollkommen verschiedener war, der des Hauptblitzes nämlich nahezu momentan — auf dem Original erkennt man allerdings auch bei diesem noch deutlich eine Anfangs- und eine Nachentladung von insgesamt 0,0054 Sek. Dauer —, der des Wolkenblitzes dagegen erheblich viel andauernder, da nämlich dieser nach Fig. 2 aus zwei Teilentladungen bestand, deren jede zeitlich ziemlich diffus verlief, und deren stärkste Anschwellungen in 0,0905 Sek. aufeinander folgten. Alle diese Zeitangaben ergeben sich schon einfach aus der Originalaufnahme der Fig. 2 mit Hilfe der bekannten Winkelgeschwindigkeit und Brennweite der dieses Bild liefernden Kamera, wie ich dies a. a. O. dargelegt habe.

Von erheblich größerer Wichtigkeit ist es nun aber, auch noch den zeitlichen Zusammenhang der beiden in Rede stehenden, örtlich vollkommen selbständigen Entladungen zu ermitteln, was natürlich nur durch Vergleich der Aufnahme der Fig. 2 mit einer der beiden der Fig. 1 möglich ist, wie ich dies in der eingangs erwähnten Abhandlung näher dargelegt habe. Dieser Vergleich ergibt nun hier, daß der Hauptblitz dieser Bilder innerhalb weniger als 0,001 Sek. genau mit der letzten Teilentladung des hinteren Wolkenblitzes, die in Fig. 2 die links gelegene ist, zusammenfiel, so daß also damit der elektrische Zusammenhang zwischen diesen beiden örtlich vollkommen selbständig verlaufenden Entladungen überaus wahrscheinlich gemacht ist.

Hamburg, Physikalisches Staatslaboratorium, September 1912.

Diskussion.

Baedeker: Ich wollte fragen, ob diese Aufnahmen im Handel erhältlich sind?

Walter: Nein, sie sind bisher überhaupt noch nicht veröffentlicht. Krüß in Hamburg

1) B. Walter, Ann. d. Phys. **10**, 393, 1903 und Jahrbuch der Hamb. Wiss. Anstalten **20**, 1903.

wird sie aber gewiß gerne übernehmen; er hat auch einige meiner früheren Blitzaufnahmen übernommen.

Aus der Abteilung für Geophysik, Meteorologie und Erdmagnetismus:

Viktor F. Hess (Wien), Über Beobachtungen der durchdringenden Strahlung bei sieben Freiballonfahrten.

Im Vorjahre habe ich bereits Gelegenheit gehabt, zwei Ballonfahrten zur Erforschung der durchdringenden Strahlung zu unternehmen; über die erste Fahrt wurde schon auf der Naturforscherversammlung in Karlsruhe von mir berichtet[1]). Bei beiden Fahrten ergab sich keine wesentliche Änderung der Strahlung gegenüber der am Erdboden beobachteten bis zu 1100 m Höhe. Auch Gockel[2]) hatte bei zwei Ballonfahrten nicht die erwartete Abnahme der Strahlung mit der Höhe finden können. Es wurde daraus der Schluß gezogen, daß außer der γ-Strahlung der radioaktiven Substanzen der Erdrinde noch eine andere Quelle der durchdingenden Strahlung vorhanden sein müsse.

Eine Subvention der Kaiserlichen Akademie der Wissenschaften in Wien hat es mir nun ermöglicht, heuer eine Reihe von weiteren sieben Ballonfahrten auszuführen, wobei ein umfangreicheres und in mehrfacher Hinsicht erweitertes Beobachtungsmaterial gewonnen wurde.

Zur Beobachtung der durchdringenden Strahlung dienten in erster Linie zwei Wulfsche Strahlungsapparate von 3 mm Wandstärke, welche vollkommen luftdicht geschlossen und auch allen bei Ballonfahrten vorkommenden Druckschwankungen gewachsen sind.

Apparat 1 hatte einen Ionisationsraum von 2639 ccm, die Kapazität war 1,597 cm.

Apparat 2 hatte 2970 ccm Inhalt, die Kapazität betrug 1,097 cm.

Einem Ladungsverluste von 1 Volt pro Stunde entsprach somit im Apparat 1 eine Ionisierungsstärke von $q = 1{,}56$ Ionen/ccm/sec, im Apparat eine solche von $q = 0{,}7355$ Ionen pro ccm und Sek.

Beide Apparate waren innen behufs möglichster Reduktion der Eigenstrahlung der Gefäßwände auf elektrolytischem Wege verzinkt worden. Den Vorschlag hierzu hat Herr Privatdozent Dr. Bergwitz gemacht. Nach dieser Behandlung zeigte Apparat 1 eine normale Ionisation von ca. 16 Ionen, Apparat 2 eine solche von ca. 11 Ionen pro ccm und Sek. Die Firma Günther & Tegetmeyer in Braunschweig hat an den Apparaten noch eine weitere wesentliche Verbesserung angebracht: bisher erfolgte die Scharfeinstellung auf die Fäden durch alleiniges Verschieben des Okulars, was mit nicht unbeträchtlichen Änderungen der Vergrößerung verbunden war und bei wiederholter Einstellung Ablesungsdifferenzen bis zu 0,5 bewirkte. Die genannte Firma hat jetzt im Okulartubus eine verschiebbare Negativlinse angebracht, welche die Scharfeinstellung bei verschiedenen Spreizungen der Fäden bewerkstelligt, ohne daß damit eine merkliche Änderung der Vergrößerung verbunden wäre. Die Einstellgenauigkeit ist hierdurch erheblich vergrößert.

Da die Wandstärke bei den Apparaten 1 und 2 drei Millimeter betrug, so konnten im wesentlichen nur die γ-Strahlen wirken.

Zwecks gleichzeitigen Studiums des Verhaltens der β-Strahlen benützte ich noch einen dritten Apparat: dieser war nicht luftdicht gebaut, sondern bestand in einem gewöhnlichen Wulfschen Zweifaden-Elektrometer mit einem daraufgestülpten zylindrischen Ionisationsgefäß von 16,7 Liter Inhalt aus dem dünnsten, im Handel erhältlichen Zinkblech (Wandstärke 0,188 mm), so daß auch weiche Strahlen vom Charakter von β-Strahlen zum Teil noch wirken konnten. Ein auf den Fadenträger des Elektrometers gesetzter Zinkstift von 20 cm Höhe diente als Zerstreuungskörper. Die Kapazität betrug 6,57 cm.

Bei den dickwandigen Wulfschen Strahlungsapparaten 1 und 2 geschah die Bestimmung des Isolationsverlustes in bekannter Weise bei herabgelassenem Schutzrohr. Der stündliche Ladungsverlust betrug bei Apparat 1 0,2 Volt, bei Apparat 2 0,7 Volt. Eine Isolationsstörung ist auch bei feuchtestem Wetter niemals vorgekommen.

Beim dünnwandigen Apparate muß zur Bestimmung des Isolationsverlustes die Ionisierungskammer abgenommen werden. Der Voltverlust des Elektrometers allein wird dann, umgerechnet auf die Kapazität des vollständig zusammengesetzten Apparates, von der beobachteten Gesamtzerstreuung subtrahiert.

Nachdem alle Beobachter der durchdringenden Strahlung auf Türmen stets eine Abnahme der Strahlung konstatiert hatten, während Gockel und ich im Freiballon bisher eine solche nicht mit Sicherheit hatten finden können, so kam es vor allem darauf an, bei länger dauernden Fahrten in geringer Höhe

1) Diese Zeitschr. **12**, 998—1001; Wien. Sitz.-Ber. **120**, 1575—1585, 1911.
2) Diese Zeitschr. **12**, 595—597, 1911.

Messungen auszuführen, um sichere Mittelwerte zu gewinnen. Parallelbeobachtungen mit dem dünnwandigen Apparate 3 sollten zeigen, ob sich die weichere Strahlung ebenso verhält, wie die eigentliche γ-Strahlung.

Weitere Aufmerksamkeit war den Schwankungen der Strahlung zu schenken. Pacini[1]) hat bei Parallelbeobachtungen an zwei Wulfschen Strahlungsapparaten bei einstündigen Ablesungsintervallen unzweifelhafte simultane Schwankungen der Entladungsgeschwindigkeit sowohl am Lande als auch über dem Meere festgestellt; die Ursache der Schwankungen liegt also offenbar außerhalb der Apparate, in der Strahlung selbst. Es war nun sehr wichtig, festzustellen, ob auch im Ballon derartige Simultanveränderungen der Strahlung an mehreren Apparaten bemerkbar sind. Da dies am einwandfreiesten bei Dauerfahrten in gleicher Höhe möglich ist, habe ich den überwiegenden Teil der Beobachtungen bei Nachtfahrten ausgeführt.

Der letzte und wichtigste Punkt seiner Untersuchung war die Messung der Strahlung in möglichst großen Höhen. Während bei den von Wien aus unternommenen sechs Fahrten die geringe Tragfähigkeit des dortigen Gases, sowie meteorologische Zufälligkeiten dies nicht gestattet hatten, gelang es mir bei einem von Aussig a. d. Elbe aus mit Wasserstoff unternommenen Aufstiege Messungen bis in 5350 m Höhe durchzuführen.

Vor jeder Fahrt wurden mehrstündige Kontrollbeobachtungen mit allen drei Apparaten gemacht. Hierbei waren die Apparate genau so wie bei der Fahrt selbst mittels Konsolen an dem Ballonkorb befestigt. Die Beobachtungen vor den Aufstiegen wurden am Klubplatze des k. k. Österreichischen Aeroklubs, einem ebenen Rasenplatze im Prater in Wien ausgeführt. L. V. King[2]) hat kürzlich die Vermutung geäußert, daß die Ballonbeobachtungen durch die Nähe des eventuell schwach radioaktiven Ballastsandes gestört sein könnten. Ich habe in unmittelbarer Nähe größerer Ballastsandvorräte niemals eine Erhöhung der Strahlung gefunden.

Bei den Apparaten 1 und 2 herrscht innerhalb des Ionisationsraumes stets die gleiche Luftdichte, wie am Aufstiegsplatze (im Mittel 750 mm). Anders bei dem dünnwandigen Apparate 3, bei dem stets der gleiche Druck herrscht wie in der Umgebung. Es ist daher, insbesondere bei Beobachtungen in größeren Höhen, eine Reduktion der direkt beobachteten Werte erforderlich. Unter Voraussetzung der Proportionalität der durch die durchdringende Strahlung erzeugten Ionisation mit dem Drucke wurde der jeweilig beobachtete Strahlungswert mit dem Verhältnis des Normaldruckes 750 mm zu dem während des Beobachtungsintervalles herrschenden mittleren Drucke b multipliziert. Es muß bemerkt werden, daß diese Reduktion eine gewisse Unsicherheit in sich birgt: denn es ist dabei stillschweigend auch angenommen, daß die Reststrahlung der Gefäßwände sich proportional mit dem Luftdrucke im Gefäße ändert, was durchaus nicht der Fall zu sein braucht, wenn diese Reststrahlung etwa nur eine so schwache Durchdringungskraft hat, wie die α-Strahlen. Daher werden insbesondere bei den Messungen in größeren Höhen auch die nichtreduzierten am Apparate 3 erhaltenen Werte mit diskutiert werden.

In den nachfolgenden Tabellen bedeuten q_1, q_2, q_3 die an den Apparaten 1, 2, 3 beobachtete durchdringende Strahlung in Ionen pro ccm und Sekunde. Das Elementarquantum ist hierbei mit $e = 4{,}65 \cdot 10^{-10}$ E. S. E. angenommen.

Die mittlere Höhe des Ballons während der betreffenden Beobachtungsintervalle (in der Regel je 1 Stunde) wurde durch ein graphisches Verfahren aus der Barographenkurve entnommen. Aus der Seehöhe der jeweilig überflogenen Orte wurde dann ein Mittelwert für die relative Höhe berechnet. Die Tagesstunden sind in den Tabellen in der vierundzwanzigstündigen Einteilungsweise angegeben.

Der ausführliche Bericht über sämtliche im Ballon gemachten Beobachtungen ist der Kaiserlichen Akademie der Wissenschaften in Wien überreicht worden und erscheint in deren Sitzungsberichten. Hier will ich nur über die zwei wichtigsten Fahrten ausführlich berichten und mich im übrigen mit der Anführung der Mittelwerte begnügen.

1. Fahrt.

Diese fand anläßlich der in Niederösterreich sehr stark partiellen Sonnenfinsternis am 17. April 1912 statt. Von 11—1 Uhr mittags wurde in 1900—2750 m absoluter Höhe über einer fast vollständig geschlossenen Kumulusdecke beobachtet. Es war keinerlei Verringerung der durchdringenden Strahlung bei zunehmender Verfinsterung zu merken. Apparat 2 zeigte z. B. vor dem Aufstieg eine Ionisation von 10,7 Ionen, in 1700 m durchschnittlicher relativer Höhe 11,1 Ionen, hierauf in 1700 bis 2100 m, während der ersten Phasen der Verfinsterung 14,4, später bei ca. 50 Proz. Sonnenbedeckung 15,1 Ionen. Weitere Messungen

1) Le Radium **8**, 307—312, 1911.
2) Phil. Mag. (6) **23**, 242, 1912.

waren nicht möglich, da der Ballon infolge der Abkühlung des Gases zum Niedergehen gezwungen wurde.

Es wurde also eine Vergrößerung der Strahlung in ca. 2000 m gefunden. Da kein Einfluß der Verfinsterung auf die durchdringende Strahlung zu bemerken war, werden wir schließen dürfen, daß selbst, wenn ein Teil der Strahlung kosmischen Ursprungs sein sollte, er kaum von der Sonne ausgeht, wenigstens solange man eine direkte, geradlinig sich ausbreitende γ-Strahlung im Auge hat. Diese Anschauung wird noch dadurch bekräftigt, daß ich bei den späteren Fahrten im Ballon nie einen ausgeprägten Unterschied der Strahlung bei Tag und bei Nacht gefunden habe.

2. Fahrt (26.—27. April 1912).

Ballon: „Excelsior" (1600 cbm Leuchtgas).

Führer: Hauptmann W. Hoffory.
Beobachter: V. F. Hess.

Nr.	Zeit	Mittlere Höhe absolut m	Mittlere Höhe relativ m	Beobachtete Strahlung Apparat 1 q_1	Apparat 2 q_2	Apparat 3 q_3	Apparat 3 q_3 (reduz.)	
1	16h 40—17h 40	156	0	15,6	11,5	—	—	vor dem
2	17h 40—18h 40	156	0	18,7	11,8	21,0	21,0	Aufstieg
3	18h 40—21h —	156	0	17,8	11,6	19,5	19,5	am Klub-
4	21h 30—22h 30	156	0	17,8	11,3	20,0	20,0	platz
5	23h 26— 0h 26	300	140	14,4	9,6	19,4	19,8	(Wien)
6	0h 26— 1h 26	350	190	16,2	9,9	17,4	17,9	
7	1h 26— 2h 26	300	140	14,4	10,1	17,7	18,1	
8	2h 26— 3h 32	330	160	15,0	9,6	18,2	18,7	
9	3h 32— 4h 32	320	150	14,4	9,8	18,5	19,0	
10	4h 32— 5h 35	300	70	17,2	13,2	20,6	21,0	
11	5h 35— 6h 35	540	240	17,8	11,8	19,6	20,8	
12	6h 35— 7h 35	1050	800	17,6	10,0	18,1	20,3	
13	7h 35— 8h 35	1400	1200	12,2	8,8	17,3	20,3	
14	8h 35— 9h 35	1800	1600	17,5	10,9	17,3	21,3	

Vorstehende Tabelle gibt eine Übersicht über sämtliche Beobachtungen auf der zweiten Fahrt. Der Aufstieg erfolgte um 11 Uhr nachts. Es gelang, den Ballon durch vorsichtige Führung 6 Stunden lang in fast gleicher Höhe (300—350 m) zu halten, was zur Feststellung der Schwankungen der Strahlung wichtig war. Die Fahrt führte über den Prater nach Süden, dann trat Windstille ein und schließlich trieb der Ballon gegen Norden zurück über Florisdorf, Stockerau, Guntersdorf nach Mähren. Um 10^h30 vorm. landeten wir, nach Erreichung einer Maximalhöhe von 2100 m, in Pausram südlich von Brünn. Der Himmel war während der ganzen $11^1/_2$ stündigen Fahrt wolkenlos.

Aus der Tabelle geht vor allem hervor, daß in geringer Höhe über dem Erdboden die Strahlung tatsächlich geringer ist, wie am Boden selbst. Bilden wir die Mittelwerte:

	Apparat 1	Apparat 2	Apparat 3	
Vor dem Aufstiege	$q_1 = 17.5$	$q_2 = 11,55$	$q_3 = q_{3\,red.} = 20.2$	Ionen ccm sec
In 140 bis 190 m üb. d. Boden	$q_1 = 14.9$	$q_2 = 9,8$	$q_3 = 18,2$ $q_{3\,red.} = 18,7$	„

Die Ionendifferenzen sind demgemäß 2,6, 1,8, 2,0 und 1,5. Im Mittel ist die Differenz etwa 2 Ionen. Diese Abnahme der Strahlung um 2 Ionen rührt offenbar her von der Absorption der γ-Strahlung der radioaktiven Substanzen der Erdrinde in der Luft. Nach der Berechnung von King[1]) ist in 160 m die γ-Strahlung bereits auf 24 Proz. geschwächt. Die obengenannte Differenz von 2 Ionen entspricht also etwa $^3/_4$ der gesamten Ionisierungsstärke, welche von der radioaktiven γ-Strahlung der Erdrinde erzeugt wird. Die gesamte γ-Strahlung der Erdrinde dürfte daher in Zinkgefäßen etwa 3 Ionen pro 1 ccm und Sek. hervorrufen. (Bei der geringen Höhe von 160 m kann von der Abnahme des Induktionsgehaltes und der eventuell möglichen Zunahme einer von oben kommenden Strahlung abgesehen werden.)

Sehr auffallend treten in der Tabelle auch die Schwankungen der Strahlung zutage. Zunächst einmal sehen wir schon aus den Beobachtungen am Boden, daß die Angaben mehrerer nebeneinander aufgestellter Apparate nicht ganz exakt parallel gehen. Dies wird in erster Linie durch die Ablesungsfehler bewirkt sein.

1) Phil. Mag. (6) **23**, 247, 1912.

Der stündliche Rückgang der Fäden betrug im Mittel bei Apparat 1 6 Skalenteile, beim Apparat 2 9 Skalenteile, bei Apparat 3 15 Sk.-T. Nehmen wir als möglichen Fehler bei jeder einzelnen Ablesung 0,1 Skalenteile, im äußersten Falle 0,2 Skalenteile, so kann bei Anfang- und Endablesung beider Fäden zusammen ein Fehler von 0,4, im Extrem 0,8 Teilstrichen entstehen. Dies gibt bei Ablesung in stündlichen Intervallen als möglichen Fehler für Apparat 1 7 Proz., für Apparat 2 4,4 Proz., für Apparat 3 2,7 Proz. (im Extremfalle 14 Proz. bzw. 9 Proz. und 5 Proz.).

Als wirkliche Schwankung der Strahlung werden wir nur diejenigen Veränderungen mit Sicherheit ansprechen können, welche bei allen Apparaten gleichzeitig angegeben werden und an Größe die möglichen Fehler der Ablesung übertreffen.

Bei der Betrachtung der Tabelle bemerken wir Schwankungen solcher Art: z. B. bei Beobachtung Nr. 13 bleibt im Apparat 1 der Wert $q_1 = 12{,}2$ um ca. 40 Proz. hinter dem Mittel zurück. Gleichzeitig registriert auch Apparat 2 einen Rückgang um ca. 2 Ionen. Es dürfte also hier tatsächlich eine Schwankung der Strahlung vorliegen, wenngleich die vom Apparat 1 angezeigte Abnahme um 5 Ionen zum Teil durch Ablesungsfehler gefälscht sein mag. Daß Apparat 3 keine größere Abnahme anzeigte, beruht auf dem vielleicht etwas abweichenden Verhalten der weiteren Strahlung in der Höhe, welches später noch besprochen werden wird.

Eine zweifellos reelle Schwankung der Strahlung ist auch bei der Beobachtung Nr. 10 zwischen $4^1/_2$ und $5^1/_2$ Uhr früh zu bemerken. In allen drei Apparaten wird eine Zunahme der Strahlung um 2,8 bzw. 3,4 und 2,0 Ionen gleichzeitig gefunden. Dies hängt aber keinesfalls etwa mit der Annäherung an die Erdoberfläche auf 70 m zusammen, da dies allen von mir bei den weiteren Fahrten gemachten Erfahrungen widersprechen würde.

Da die Schwankungen von keinerlei meteorologischen Veränderungen begleitet waren, kann man sie wohl kaum auf eine Änderung in der Verteilung der radioaktiven Substanzen in der Atmosphäre zurückführen.

Bei weiterem Steigen des Ballons (Beob. Nr. 11—14) wurde im allgemeinen wieder ein schwaches Anwachsen der Strahlung beobachtet. Mit Ausschluß der durch Schwankung der Strahlung beeinflußten Beobachtung Nr. 13 ergibt sich in Höhen von 800—1600 m im Mittel $q_1 = 17{,}6$, $q_2 = 10{,}5$, $q_3 = 20{,}8$. Die Werte sind etwa gleich groß, wie die, welche vor dem Aufstieg gefunden worden waren.

3. Fahrt.

Der Aufstieg erfolgte am 20. Mai 1912 um 10^h10 abends; in rascher Fahrt ging es über Korneuburg, Neuhäusl a. d. Thaya nach NNW. Gegen Morgen stellte sich teilweise Bewölkung ein. Um 4 Uhr früh wurde Kuttenberg in Böhmen erreicht. Wegen Ballastmangel landeten wir um $5^1/_2$ Uhr früh aus 1020 m maximaler Höhe in Sadowa-Dohalice, nördlich von Königgrätz.

Die Mittelwerte der Strahlung waren:

	Apparat 1	Apparat 2	Apparat 3
Vor d. Aufstieg in Wien	$q_1 = 16{,}9$	$q_2 = 11{,}4$	$q_3 = 19.7$
Während der Nacht von $10^1/_2$—$2^1/_2$ Uhr in 150—340 m Höhe	$q_1 = 16{,}9$	$q_2 = 11{,}1$	$q_{3\,red.} = 19{,}2$
$2^1/_2$—$4^1/_2$ Uhr in ca. 500 m relativer Höhe	$q_1 = 14{,}7$	$q_2 = 9{,}6$	$q_{3\,red.} = 17{,}6$

Die Beobachtungen in 150—340 m weichen sehr wenig von denen am Boden ab. Wahrscheinlich ist die normale Abnahme der γ-Strahlung von seiten der Erdoberfläche durch zufällige Erhöhung der übrigen Strahlung undeutlich gemacht. Deutlich tritt dagegen die Abnahme bei den Messungen in 500 m hervor: die Ionendifferenz gegenüber den Werten vor dem Aufstiege beträgt bei den 3 Apparaten 2,2 bzw. 1,8 und 2,1 Ionen. Zwischen $11^1/_2$ und $12^1/_2$ Uhr nachts wurde in allen drei Apparaten eine Strahlungsschwankung und zwar eine Erhöhung um 2,8 bzw. 2,0 und 1,0 Ionen gefunden.

4. Fahrt.

Der Aufstieg fand am 3. Juni 9^h45 abends statt. Es stand ein 2200-cbm-Ballon zur Verfügung, mit dem große Höhen erzielt werden konnten. Leider zwang uns ein näher kommendes Gewitter, um 1^h30 nachts bereits zur Landung. Die Maximalhöhe war 1900 m (absolut). Es wurde nur von $10^1/_2$ bis $12^1/_2$ Uhr nachts in Höhen von 800 bis 1100 m über dem Boden beobachtet. Die erhaltenen Mittelwerte in dieser Höhe sind $q_1 = 15{,}5$, $q_2 = 11{,}2$, $q_{3,\,red.} = 21{,}8$, während vor dem Aufstiege die sehr wenig davon abweichenden Werte $q_1 = 15{,}5$, $q_2 = 11{,}7$, $q_3 = 21{,}3$ gefunden worden waren.

5. Fahrt.

Diese fand am 19. Juni um 5 Uhr nachmittags statt. Da ich allein aufstieg und daher auch die Führung des Ballons besorgen mußte, nahm ich bloß einen Strahlungsapparat mit. In 850 bis 950 m relativer Höhe fand ich $q_2 = 9{,}8$ bis 10,7 Ionen, während ich in den zwei Stunden vor dem Aufstiege $q_2 = 12{,}3$ bis 14,5 beobachtet hatte. Der Mittelwert in 900 m Höhe ist um ca. 3 Ionen geringer als am Boden.

Aus den Resultaten der 4. und 5. Fahrt werden wir schließen, daß die konstatierbare Abnahme der Strahlung bis gegen 1000 m über dem Erdboden reichen dürfte, daß sie aber unter Umständen — wie bei der 4. Fahrt — durch zufällige Zunahme der übrigen Strahlung verdeckt sein kann.

6. Fahrt.

Bei dieser Fahrt sollte wiederum die Strahlung in unmittelbarer Nähe der Erde untersucht werden. Ich stieg am 28. Juni um $11^1/_2$ Uhr abends auf. Es gelang, den Ballon durch 5 Stunden in Höhen von 280 bis 360 Metern zu halten. Ich hatte nur die beiden dickwandigen Apparate mitgenommen. Ihre Angaben verliefen die ganze Nacht über vollkommen parallel. Zwischen $1^1/_2$ und $2^1/_2$ Uhr nachts war eine Erhöhung der Strahlung um 1,9 bzw. 1,6 Ionen zu bemerken, ohne daß eine Höhenänderung des Ballons oder irgendeine meteorologische Veränderung zu bemerken gewesen wäre. In 360 m über dem Boden betrug die Strahlungsabnahme gegenüber den Werten am Erdboden in Apparat 1 2,1, in Apparat 2 2,4 Ionen. Diese Ergebnisse bestätigen die früher gezogenen Schlüsse.

Die darauf folgende 7. Fahrt wurde als eigentliche Hochfahrt unternommen:

7. Fahrt (7. August 1912).

Ballon: „Böhmen" (1680 cbm Wasserstoff). Führer: Hauptmann W. Hoffory.
Meteorolog. Beobachter: E. Wolf. Luftelektr. Beobachter: V. F. Hess.

Nr.	Zeit	Mittlere Höhe absolut m	Mittlere Höhe relativ m	Beobachtete Strahlung Apparat 1 q_1	Apparat 2 q_2	Apparat 3 q_3	Apparat 3 reduz. q_3	Temp.	Relat. Feucht. Proz.
1	$15^h\,15$—$16^h\,15$	156	0	17,3	12,9	—	—	—	—
2	$16^h\,15$—$17^h\,15$	156	0	15,9	11,0	18,4	18,4	$1^1/_2$ Tag vor dem Aufstiege (in Wien)	
3	$17^h\,15$—$18^h\,15$	156	0	15,8	11,2	17,5	17,5		
4	$6^h\,45$— $7^h\,45$	1700	1400	15,8	14,4	21,1	25,3	$+6,4^0$	60
5	$7^h\,45$— $8^h\,45$	2750	2500	17,3	12,3	22,5	31,2	$+1,4^0$	41
6	$8^h\,45$— $9^h\,45$	3850	3600	19,8	16,5	21,8	35,2	$-6,8^0$	64
7	$9^h\,45$—$10^h\,45$	4800 (4400—5350)	4700	40,7	31,8			$-9,8^0$	40
8	$10^h\,45$—$11^h\,15$	4400	4200	28,1	22,7	—	—	—	—
9	$11^h\,15$—$11^h\,45$	1300	1200	(9,7)	11,5	—	—	—	—
10	$11^h\,45$—$12^h\,10$	250	150	11,9	10,7	—	—	$+16,0^0$	68
11	$12^h\,25$—$13^h\,12$	140	0	15,0	11,6	—	—	(nach der Landung in Pieskow, Brandenburg)	

Wir stiegen um $6^h\,12$ früh von Aussig a. d. Elbe auf. Wir überflogen die sächsische Grenze bei Peterswalde, Struppen bei Pirna, Bischofswerda und Kottbus. In der Gegend des Schwielochsees wurde die Höhe von 5350 m erreicht. Um $12^h\,15$ mittags landeten wir bei Pieskow, 50 km östlich von Berlin. Am Aufstiegsorte konnten vor der Fahrt leider keine Beobachtungen gemacht werden. Dagegen wurden nach der Landung unter dem noch nicht aufgerissenen Ballon Messungen angestellt, um zu sehen, ob der unmittelbar aus 5000 m herabgekommene Ballon sich etwa mit radioaktiven Induktionen bedeckt hatte und selbst eine Strahlung aussendete. Wie aus der Tabelle ersichtlich (Beob. Nr. 11), wurde jedoch keine Spur einer Erhöhung der Strahlung unter dem gelandeten Ballon bemerkt. Das Wetter war bei dieser Fahrt nicht vollkommen klar. Eine von Westen sich nähernde barometrische Depression machte sich durch beginnende Bewölkung bemerkbar. Doch sei ausdrücklich bemerkt, daß wir nie in einer Wolke, ja nicht einmal in der Nähe einer solchen uns befanden, da zur Zeit, als die Kumuluswolken in vereinzelten Ballen über den ganzen Horizont verstreut eintraten, wir uns bereits in Höhen über 4000 m befanden. Über uns befand sich, als wir bereits in der Maximalhöhe fuhren, eine noch viel höhere dünne Wolkenschicht, deren untere Grenze in mindestens 6000 m gewesen sein dürfte. Die Sonne schimmerte nur ganz schwach durch.

Betrachten wir zuerst die Resultate bei den dickwandigen Apparaten 1 und 2. In 1400 bis 2500 m mittlerer Höhe war die Strahlung ungefähr ebenso groß, als wie sie gewöhnlich am Boden gefunden wurde. Dann aber beginnt ein bei beiden Apparaten deutlich bemerkbarer Anstieg der Strahlung mit zunehmender Höhe. — In 3600 m über dem Boden sind die Werte schon um 4—5 Ionen höher als am Boden.

Was die Resultate am dünnwandigen Appa-

Tabelle der Mittelwerte.

Mittlere Höhe über dem Erdboden m	Beobachtete Strahlung in Ionen pro ccm und sec.			
	Apparat 1	Apparat 2	Apparat 3	
	Q_1	Q_2	Q_3 (reduziert)	Q_3 (nicht reduziert)
0	16,3 (18)	11,8 (20)	19,6 (9)	19,7 (9)
bis 200	15,4 (13)	11,1 (12)	19,1 (8)	18,5 (8)
200—500	15,5 (6)	10,4 (6)	18,8 (5)	17,7 (5)
500—1000	15,6 (3)	10,3 (4)	20,8 (2)	18,5 (2)
1000—2000	15,9 (7)	12,1 (8)	22,2 (4)	18,7 (4)
2000—3000	17,3 (1)	13,3 (1)	31,2 (1)	22,5 (1)
3000—4000	19,8 (1)	16,5 (1)	35,2 (1)	21,8 (1)
4000—5200	34,4 (2)	27,2 (2)	—	—

rate 3 betrifft, so hat es den Anschein, als ob hier der Anstieg der Strahlung schon in geringerer Höhe sich bemerkbar machte. Bei der S. 1085 besprochenen Unsicherheit, welche die Reduktion der Werte dieses Apparates auf normalen Druck[1]) mit sich bringt, darf man jedoch diesen Schluß für nicht ganz sicher ansehen. Qualitativ ist übrigens der Anstieg auch bei den nicht reduzierten Werten q_3 zu erkennen. Die Ablesungen am Apparate 3 fanden um 10^h45 Uhr ein unbeabsichtigtes Ende, da sich durch ein ungeschicktes Anstoßen gerade vor der Ablesung in der Maximalhöhe der Ionisationszylinder lockerte und durch Berührung mit dem Mittelstift der Apparat sich entlud.

Bei den beiden γ-Strahlenapparaten sind die Werte in der Maximalhöhe um 20 bis 24 Ionen höher als am Boden. Beim Abstieg wurden noch in 4400 m durchschnittlicher absoluter Höhe die ebenfalls sehr hohen Werte $q_1 = 28{,}1$ und $q_2 = 22{,}7$ gefunden. Auch diese überragen die Normalwerte um 12 bzw. 11 Ionen. Bei dem darauffolgenden sehr raschen Fall (2 m pro Sek.) wurde in 1200 m mittlerer Höhe im Apparat 1 der sehr niedrige Wert 9,7 gemessen, während im Apparat 2 der normale Wert 11,5 registriert wurde. Ich halte es für möglich, daß in dem mit sehr dicken Fäden versehenen Apparat 1 sich manchmal eine gewisse Steifigkeit der Fäden störend bemerkbar machte.

Die nach der Landung unter dem noch gefüllten Ballon erhaltenen Resultate beider Apparate sind, wie schon oben bemerkt, ganz normal.

Um eine Übersicht über die Veränderung der durchdringenden Strahlung in der Höhe zu gewinnen, so wie sie sich in den Mittelwerten darstellt, habe ich in der folgenden Tabelle sämtliche 88 von mir im Ballon beobachteten Strahlungswerte nach Höhenstufen entsprechend geordnet zusammengestellt. Da hierbei für jede Höhenstufe Mittelwerte aus mehreren Einzelwerten gebildet sind, welche unter verschiedenen Verhältnissen gewonnen wurden und durch die schon erwähnten zeitlichen Schwankungen beeinflußt sein können, so darf man nicht erwarten, jetzt schon ein ganz exaktes Bild über den Verlauf der Strahlung mit zunehmender Höhe zu erhalten. Die den Strahlungswerten in Klammern beigesetzten Ziffern bedeuten die Anzahl der Beobachtungen, aus denen jeweilig das Mittel gebildet wurde.

Wir ersehen aus der Tabelle: unmittelbar über der Erde nimmt die Gesamtstrahlung ein wenig ab. In den Mittelwerten beträgt diese Abnahme 0,8 bis 1,4 Ionen. Da aber bei den einzelnen Fahrten manchmal doch eine Abnahme bis zu 3 Ionen, bei sehr vielen Messungen über 2 Ionen gefunden worden ist, so werden wir etwa 3 Ionen als Maximalwert der Abnahme ansprechen. Diese Abnahme erstreckt sich bis beiläufig 1000 m über dem Erdboden. Sie rührt, wie erwähnt, offenbar von der Absorption der γ-Strahlen her, die von der Erdoberfläche ausgehen. Daraus schließen wir: die γ-Strahlung der Erdoberfläche und der obersten Bodenschichten erregt in Zinkgefäßen eine Ionisation von etwa 3 Ionen pro 1 ccm und Sek.

In Höhen bis 2000 m erfolgt bereits wieder eine merkliche Zunahme der Strahlung. Die Zunahme erreicht in 3000 bis 4000 m bereits den Betrag von 4 Ionen, in 4000 bis 5200 m gar den Betrag von 16 bis 18 Ionen, in beiden Apparaten. Beim dünnwandigen Apparat 3

1) Von der Anbringung einer Korrektur wegen Änderung der absoluten Temperatur habe ich abgesehen; bei den Fahrten Nr. 1–6 ist diese Änderung nie von berücksichtigenswertem Betrage gewesen. Aber auch bei den eben besprochenen Messungen fällt sie nicht ins Gewicht, weil wegen der Einstrahlung der Sonne die Temperatur im Meßraum des Apparates weitaus weniger tief sinken konnte, als die mittels Aspirationsthermometer gemessene Außentemperatur.

tritt, wenn man die Werte auf normalen Druck reduziert, die Abnahme noch früher und stärker hervor.

Woher rührt nun diese an drei Apparaten gleichzeitig und mehrfach beobachtete Zunahme der durchdringenden Strahlung mit der Höhe?

Wenn man sich auf den Standpunkt stellt, daß nur die bekannten radioaktiven Substanzen in der Erdrinde und in der Atmosphäre eine Strahlung vom Charakter einer γ-Strahlung aussenden und in geschlossenen Gefäßen eine Ionisation erzeugen, so stellen sich einer Erklärung große Schwierigkeiten entgegen:

Nach den direkten Bestimmungen des Absorptionskoeffizienten der γ-Strahlen in Luft von mir[1]) und Chadwick[2]) erfolgt die Absorption der von der Erdoberfläche ausgehenden Strahlung ziemlich rasch, so daß in 500 m über den Boden kaum 10 Proz. der Strahlung mehr wirken können. Wie erwähnt, ist es mir auch gelungen, diese Abnahme experimentell im Ballon nachzuweisen, wobei sich allerdings ergeben hat, daß die radioaktiven Substanzen der Erdoberfläche keine so überwiegende Rolle bei der Gesamtstrahlung spielen, wie manche Autoren glaubten. Ihr Anteil wurde mit 3 Ionen pro Kubikzentimeter und Sekunde bestimmt.

Es erübrigen jetzt noch als Ionisatoren mit γ-Strahlung in der Höhe die Zerfallsprodukte der Emanationen. Wegen ihrer kurzen Lebensdauer werden die Thorium- und Aktiniumemanation sowie deren Zerfallsprodukte nicht in größere Höhen gelangen können. Nur die Radiumemanation mit einer Halbwertszeit von fast 4 Tagen wird durch aufsteigende Luftströmungen in große Höhen emporgerissen werden können. Im allgemeinen jedoch wird die Konzentration der Emanation und somit auch der Gehalt der Luft an Radium *C* mit der Höhe bald abnehmen. Eine Zunahme der Strahlung mit der Höhe könnte nur bei einer zufälligen Anhäufung des *RaC* von rein lokalem Charakter auftreten: es wäre z. B. denkbar, daß in Stabilitätsschichten mit Temperaturinversion, ferner in Kumuluswolken oder im Nebel solche Anhäufungen stattfinden, da es bekannt ist, daß die *RaC*-Atome häufig als Kondensationskerne fungieren. Eine gleichmäßige Zunahme der durchdringenden Strahlung mit der Höhe, wie sie aus meinen Beobachtungen resultiert, kann aber doch wohl nicht auf diese Weise erklärt werden. Auch habe ich bei den Fahrten Nr. 2 und 6, bei denen der Ballon nahe der Erde stundenlang auf einer Stabilitätsschicht mit Temperaturinversion dahinfuhr, keine Erhöhung der Strahlung beobachtet, obwohl doch in der Nähe des Bodens der Gehalt der Luft an *RaC* größer sein muß. In einer Höhe von 5000 m wird der *RaC*-Gehalt überhaupt nicht ausreichen, um so starke Erhöhungen der Strahlung zu bewirken, wie ich sie fand.

Einer Erklärung der durchdringenden Strahlung auf alleiniger Grundlage der radioaktiven Theorie bereiten auch große Schwierigkeiten die von Pacini[1]) und Gockel[2]) auf dem Meere und am Lande, von mir auch im Ballon öfters gefundenen Schwankungen der Strahlung. Solche Schwankungen habe ich wiederholt mitten in der Nacht, bei vollkommener Ruhe der Atmosphäre beobachtet. Beim Fehlen jeglicher meteorologischer Veränderung liegt kein Grund vor, sie auf Änderungen in der Verteilung der radioaktiven Substanzen der Atmosphäre zurückzuführen.

Die Ergebnisse der vorliegenden Beobachtungen scheinen am ehesten durch die Annahme erklärt werden zu können, daß eine Strahlung von sehr hoher Durchdringungskraft von oben her in unsere Atmosphäre eindringt, und auch noch in deren untersten Schichten einen Teil der in geschlossenen Gefäßen beobachteten Ionisation hervorruft. Die Intensität dieser Strahlung scheint zeitlichen Schwankungen unterworfen zu sein, welche bei einstündigen Ablesungsintervallen noch erkennbar sind. Da ich im Ballon weder bei Nacht noch bei einer Sonnenfinsternis eine Verringerung der Strahlung fand, so kann man wohl kaum die Sonne als Ursache dieser hypothetischen Strahlung ansehen, wenigstens solange man nur an eine direkte γ-Strahlung mit geradliniger Fortpflanzung denkt.

Daß die Zunahme der Strahlung erst jenseits 3000 m so stark merklich wird, ist nicht so sehr überraschend: in den ersten 1000 m überwiegt die Abnahme der γ-Strahlung der Erdoberfläche und dazu kommt dann die Abnahme des Induktionsgehaltes, die sicher bis über 3000 m sich bemerkbar macht. Die Absorption der von oben kommenden Strahlung verläuft jedenfalls nach einer Exponentialkurve; von unten nach oben wird daher dann überdies der Zuwachs der Strahlung in großer Höhe steiler vor sich gehen.

Betrachten wir zum Schluß noch die Ver-

1) Wien. Sitz.-Ber. **120**, 1205—1212, 1911.
2) Le Radium **9**, 200—202, 1912.

1) l. c.
2) Jahrb. d. Rad. u. Elektron. **9**, 1—15, 1912.

suche, welche Wright, Simpson, Mc. Lennan, Wulf u. a. zur Anschauung geführt haben, daß die durchdringende Strahlung an der Erdoberfläche fast ausschließlich von den radioaktiven Substanzen der Erde und nicht von der Atmosphäre herrühre: übereinstimmend fanden die genannten Autoren, daß über Wasser oder Eis schon in geringer Distanz vom Lande die Strahlung um 4—6 Ionen geringer ist. Sie fanden also eine größere Differenz, als ich zwischen den Werten am Erdboden und in wenigen hundert Metern Höhe festgestellt habe (2—3 Ionen). In bester Übereinstimmung mit meinen Resultaten steht eine Beobachtung von Prof. Wulf, der auf der Spitze des Eiffelturmes in Paris eine um 2,3 Ionen geringere Strahlung gefunden hat, wie am Boden. Es ist bekannt, daß γ-Strahlen auch sekundäre β- und γ-Strahlen beim Auftreffen an Materie erregen. Die an festen Körpern erregte Sekundärstrahlung ist aber stärker als die an einer Wasserfläche erzeugte Sekundärstrahlung[1]). Die von oben kommende Strahlung wird nun an der Erdoberfläche sicher auch Sekundärstrahlen erregen können, über Land aber wird die erzeugte Sekundärstrahlung größer sein als über Wasser. Dadurch mag sich die Differenz bei der Abschätzung der Erdstrahlung aus den Ballonversuchen und den Versuchen über Wasser aufklären.

Die bisherigen Untersuchungen haben gezeigt, daß die in geschlossenen Gefäßen beobachtete durchdringende Strahlung sehr komplexen Ursprungs ist. Ein Teil der Strahlung rührt her von den radioaktiven Substanzen an der Erdoberfläche und in den obersten Bodenschichten und wird relativ wenig sich ändern. Ein zweiter von meteorologischen Faktoren beeinflußter Anteil wird von den radioaktiven Substanzen der Atmosphäre — im wesentlichen von *RaC* herrühren. Meine Ballonbeobachtungen scheinen darauf hinzuweisen, daß noch eine dritte Komponente der Gesamtstrahlung existiert, welche in der Höhe zunimmt und auch am Boden merkwürdige Intensitätsschwankungen aufweist. Die weitere Forschung wird insbesondere diesen die größte Aufmerksamkeit zu schenken haben.

Zum Schlusse möchte ich dem Präsidium des k. k. Österreichischen Aeroklubs sowie der Leitung des deutschen Luftfahrtvereins in Böhmen für die verständnisvolle Förderung meiner Arbeit meinen herzlichsten Dank aussprechen.

1) A. Brommer, Wien. Sitz.-Ber. Juli 1912.

ORIGINALMITTEILUNGEN.

Über die Ziele der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt; zur Abwehr.

Von E. Warburg.

Vor einigen Tagen wurde ich auf eine Rede des Herrn Geheimen Regierungsrats Voigt (Göttingen) über die physikalische Forschung und Lehre in Deutschland während der letzten hundert Jahre[1]) aufmerksam gemacht, in welcher u. a. auch die Tätigkeit der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt einer kritischen Besprechung unterzogen wird. Die Ausführungen des Herrn Voigt sind geeignet, bei dem fernerstehenden Publikum unzutreffende Anschauungen über die Ziele und das Wesen der Anstalt hervorzurufen und dürfen deshalb nicht unwidersprochen bleiben. Ihr Wortlaut ist folgender:

„Einen kräftigen Impuls erhielt die Technik der physikalischen Meßinstrumente in Deutschland durch die 1888 erfolgte Gründung der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt in Charlottenburg, angeregt und gefördert durch den Schöpfer der deutschen Elektrotechnik W. Siemens.

In der technischen Abteilung dieses großartigen Institutes, das über 100 Beamte zählt, werden gegen ein sehr mäßiges Entgelt physikalische Meßinstrumente verschiedenster Art geprüft bzw. bezüglich der Richtigkeit ihrer Angaben mit den dauernd kontrollierten Normalien verglichen. Der Besteller empfängt für sein Instrument eine beglaubigte Fehlertabelle, die dasselbe nun einem richtigen praktisch gleichwertig macht.

Der Vorteil, den die Industrie aus dieser Einrichtung zieht, ist begreiflicherweise ganz bedeutend. Thermometer, aus einem Jenaer Glas von den bez. Anforderungen besonders entsprechenden Eigenschaften, mit Kontrollscheinen der Reichsanstalt sind z. B. zu Hunderttausenden exportiert worden. Aber auch die wissenschaftliche Arbeit erhält durch die Reichsanstalt ganz ungemeine Förderung, und man kann sich kaum mehr in den gar nicht so überaus weit zurückliegenden Zustand hineindenken, wo diese

1) Göttingen, Vandenhoeck & Ruprecht, 1912.

Zentralstelle für die Kontrolle von Meßinstrumenten noch nicht bestand.

Der wissenschaftlichen Abteilung der Reichsanstalt war zunächst die Aufgabe gestellt, solche Untersuchungen durchzuführen, die für die Technik Interesse haben, die aber dem Arbeitsgebiet der physikalischen Institute fernliegen — entweder, weil sie geringere wissenschaftliche Bedeutung besitzen oder weil sie eigenartige Hilfsmittel erfordern. Aber da bereits andere, z. B. auch den technischen Hochschulen angegliederte Institute gleiche Ziele verfolgen, so hat die Abteilung nach dieser Richtung keine dominierende Stellung gewonnen. Sie hat sich dann sehr weitgehend in der Richtung der allgemeinen Physik entwickelt und hier dank der Begabung und der Tatkraft einzelner Hilfsarbeiter manche ausgezeichnete Resultate, z. B. bez. der Untersuchung der Strahlungsgesetze, erzielt.

Im allgemeinen besitzt die Abteilung aber nicht die ungeteilte Anerkennung der Physiker. Die ganz ungewöhnlichen Dimensionen ihrer Gesamtanlage erfordern zu einer zielbewußten und erfolgreichen Leitung einen Präsidenten von gleichfalls ganz ungewöhnlicher Begabung und Frische, und die an sich ausgezeichneten Männer, die in die bez. Stellung berufen worden sind, waren sämtlich in einem Alter, wo sie gegenüber ihrem früheren Amte Erleichterung wünschen mußten. Keiner von ihnen hat bisher der Abteilung den Stempel seines Geistes aufgedrückt; die bedeutendsten aus ihr hervorgegangenen Untersuchungen lagen vielmehr dem Arbeitsgebiet des bez. Leiters fern. Damit entfällt aber im Grunde die Rechtfertigung für die enorme Häufung der Hilfsmittel an einer Stelle, und man darf vermuten, daß eine verständnisvolle und elastische Verwendung derselben an wechselnden Stellen, wo immer ein wichtiges Problem und eine treibende Persönlichkeit sich finden, segensreicher wirken würde. Bei Errichtung und Betrieb solcher Rieseninstitute, deren leider bereits neue im Werke sind, drängt sich leicht ein dekoratives Element ein, das im Widerspruch mit wahrer Wissenschaftlichkeit steht."

Zu den beiden Absätzen, welche von der wissenschaftlichen (d. h. I.) Abteilung handeln, ist verschiedenes zu bemerken:

Zunächst ist gegenüber dem im ersten Absatz Gesagten die Aufgabe der I. Abteilung nach der Geschäftsordnung:

1. Die Ausführung physikalischer Untersuchungen und Messungen, welche in erster Linie die Lösung wissenschaftlicher Probleme von großer Tragweite und Wichtigkeit in theoretischer oder technischer Richtung bezwecken und einen größeren Aufwand an instrumentaler Ausrüstung, Materialverbrauch, Arbeitszeit der Beobachter und Rechner erfordern, als der Regel nach von Privatleuten oder Unterrichtsanstalten aufgeboten werden kann;
2. die Lösung von Aufgaben aus dem Arbeitsgebiet der Abteilung II, sofern die Hilfsmittel der letzteren für die Ausführung nicht hinreichen.

Es sind also nicht nur, wie Herr Voigt meint, Untersuchungen von technischer Bedeutung, sondern auch solche von großer theoretischer Bedeutung von Anfang an in Aussicht genommen. Eine scharfe Abgrenzung gegen das Arbeitsgebiet der physikalischen Institute ist nicht möglich, doch werden im allgemeinen in Übereinstimmung mit der Geschäftsordnung Untersuchungen ausgeführt, welche, als langwierige, große Mittel erfordernde Präzisionsmessungen an den Unterrichtsanstalten nicht oder nur schwer ausgeführt werden können, jedenfalls tatsächlich nicht in großem Umfang ausgeführt werden. Zurzeit läßt sich ein großer Teil der Arbeiten der I. Abteilung zwanglos einer großen von Helmholtz ihr gestellten Aufgabe unterordnen, nämlich der Wiederholung und Erweiterung der Regnaultschen, die Grundlage der Thermodynamik bildenden Messungen mit den verbesserten Mitteln der Neuzeit.

Arbeiten der I. Abteilung, welche „dem Arbeitsgebiet der physikalischen Institute fernliegen, weil sie geringere wissenschaftliche Bedeutung besitzen", sind nach der Geschäftsordnung nicht beabsichtigt.

Weiter spricht Herr Voigt die Ansicht aus, die bisherigen Präsidenten der Anstalt seien altersmüde in ihr Amt gelangt, keiner hätte der Abteilung den Stempel seines Geistes aufgedrückt. Auf einer so allgemein gehaltenen Phrase fußend setzt man sich der Gefahr „gänzlichen Mißverstehens" aus. Doch kann ich nach den weiteren Ausführungen des Autors dessen Meinung nur dahin verstehen, der Präsident solle in der Abteilung I seine eigenen Ideen verfolgen lassen. Ein derartiges Verfahren mag sich für einen Institutsdirektor eignen, soweit es sich um die Arbeit von Studenten und allenfalls von jungen Assistenten handelt; für den Präsidenten bzw. den Direktor der I. Abteilung wäre es völlig zweckwidrig. In erster Linie wird von Herrn Voigt gänzlich über-

sehen, daß die Grundlagen für die wichtigsten Prüfungen der II. Abteilung von der I. geliefert werden. Die Realisierung des internationalen Ohms und der Anschluß der Drahtnormalen an dasselbe sowie die Darstellung reproduzierbarer und richtiger Normalelemente — mit einem Wort die Darstellung und Festhaltung der elektrischen Einheiten, welche den Eichungen von Widerständen und Elementen zugrunde liegen, erfolgt in der I. Abteilung; ebenso wird von dieser Abteilung die Temperaturskala der Anstalt, auf welcher alle thermometrischen Eichungen, d. h. Eichungen von Quecksilberthermometern, Platinwiderständen, Thermoelementen, optischen Pyrometern beruhen, festgelegt. In diesen und ähnlichen Arbeiten besteht, in Übereinstimmung mit dem oben angeführten Punkt 2 der Geschäftsordnung, ein großer Teil der Tätigkeit der Abteilung.

Es ist schwer zu sagen, was aus der Anstalt geworden wäre, wenn der jeweilige Präsident im Sinne des Herrn Voigt der ersten Abteilung „den Stempel seines Geistes aufgedrückt hätte"; jedenfalls nicht das, was die Gründer der Anstalt beabsichtigten. Möglicherweise wäre es zu einer Unterdrückung der Individualität bewährter und origineller Forscher gekommen.

Eine persönliche Bemerkung möchte ich hier nicht unterlassen, bezüglich deren ich des Einverständnisses meines leider verstorbenen Vorgängers sicher zu sein glaube. Helmholtz stand bis zu seiner letzten Erkrankung auf der Höhe wissenschaftlicher Produktion und wäre gewiß in der Lage gewesen, seine Ideen durch die Anstalt verfolgen zu lassen. Wenn er das nicht getan, sondern seinen Nachfolgern ein anderes Beispiel gegeben hat, so war für den Beurteiler eines Helmholtz Veranlassung gegeben, nach zielbewußten Motiven dieses Verhaltens zu fragen und nicht ohne weiteres Altersmüdigkeit zur Erklärung heranzuziehen.

Weil die Präsidenten ihr Amt nicht nach den Anschauungen des Herrn Voigt verwaltet haben, „entfällt nach ihm die Rechtfertigung für die enorme Häufung der Hilfsmittel an einer Stelle". Dazu sei bemerkt, daß die für experimentelle Arbeiten der I. Abteilung verfügbare Summe in den letzten drei Jahren durchschnittlich 17000 M. jährlich betrug. Wer die Kosten von Präzisionsmessungen kennt, wie sie der I. Abteilung obliegen, wird einen solchen Experimentierfonds keineswegs zu hoch finden. Wollte man einen solchen Betrag nicht aufwenden, so würden die betreffenden Untersuchungen besser unterbleiben. Der große Gesamtetat der Anstalt entspringt aus dem für die Prüfungen notwendigen Aufwand, deren Nutzen von Herrn Voigt anerkannt wird.

Wenn Herr Voigt größere Hilfsmittel an „wechselnden Stellen" zu verwenden für richtig hält, so wäre es vielleicht für ihn eine dankbarere Aufgabe gewesen, solche Hilfsmittel zu beschaffen, als die Verwendung schon vorhandener Hilfsmittel zu bemängeln. Man sollte sich, wie mir scheint, freuen, wenn der Staat größere Mittel zur Förderung der Wissenschaft zur Verfügung stellt, auch wenn man mit der Verwendung dieser Mittel nicht in allen Punkten einverstanden ist.

Möglicherweise wäre das Urteil des Herrn Voigt anders ausgefallen, wenn er sich vor seiner Publikation genügend über die Einrichtung der Anstalt unterrichtet hätte. Es ist jedenfalls zu bedauern, daß er, ohne dies getan zu haben, öffentlich eine Kritik übte, die geeignet ist, die Anstalt vor dem In- und Ausland herabzusetzen.

(Eingegangen 26. September 1912.)

Entgegnung.

Von W. Voigt.

Die Redaktion der Zeitschrift hat mir, um die Auseinandersetzung abzukürzen, den vorstehenden Artikel vorgelegt. Ich erlaube mir, zu ihm folgendes zu bemerken.

Die Rede, der der beanstandete Abschnitt entnommen ist, behandelt das ganze Gebiet der physikalischen Forschung und des physikalischen Unterrichts in Deutschland, und unternimmt, Erfreuliches und weniger Erfreuliches freimütig zu bezeichnen. Sie ist durchaus ein Bekenntnis meiner persönlichen Anschauungen und ich bin auf Widerspruch durchaus gefaßt gewesen. Immerhin hätte ich eine öffentliche Polemik gern vermieden, da eine solche die Gegensätze leicht verschärft.

Vorab bekenne ich, daß ich mich vergeblich bemüht habe, von der hiesigen Bibliothek das Organisationsstatut des Reichsanstalt zu bekommen, und daß ich daher in der Bezeichnung der Abteilungen und ihrer Aufgaben die offiziellen Ausdrücke nicht benutzt habe. Die Disposition des ganzen auf die Reichsanstalt bezüglichen Abschnitts ist indessen durch den Entwicklungsgang des zweiten Teiles meiner Rede bestimmt, der vom physikalischen Unterricht ausgeht, zur physikalischen Technik überleitet und schließlich (gerade in dem genannten Abschnitt) von der Technik zur Forschung gelangt, innerhalb deren die Rede abschließt.

Irgendeine andere, z. B. chronologische Bedeutung hat die Gruppierung innerhalb des Abschnitts nicht.

Ferner habe ich vorab ein Mißverständnis aufzuklären, das anscheinend die Veranlassung zu einem großen Teil der Ausführungen des Herrn Warburg gegeben hat. Der letzte Absatz des obigen Abschnitts der Rede zielt nur auf die Beschäftigung der Abteilung mit der allgemeinen Physik. Die Anknüpfung mit „aber" an die Erwähnung der ausgezeichneten Einzeluntersuchungen in diesem Gebiete deutet dies an, und der weitere Inhalt bestätigt es. Ich muß aber zugeben, daß die Fassung des Absatzes das Mißverständnis begünstigt.

Was nun den Hauptgedanken betrifft, in den der ganze Abschnitt ausmündet, so habe ich dazu folgendes erläuternd zu bemerken.

Durch meine Rede geht als Unterton, der an mehreren Stellen und ganz besonders hier zutage tritt, der Gedanke der Gefahr, die in den starken auf Zentralisation zielenden Bestrebungen, in der Bevorzugung der großen physikalischen Institute auf Kosten der kleinen liegt. Ich sage „auf Kosten", denn es verhält sich in der rauhen Wirklichkeit so, daß bis zu einem beträchtlichen Grade den einen das entzogen wird, was den andern an Mitteln zufließt, und zwar nicht nur in bezug auf die fest umgrenzten staatlichen Beihilfen. Die erste Abteilung der Reichsanstalt steht unter den großen Instituten in vorderer Reihe und es ist sofort bei der Begründung, die eine Ausdehnung ihrer Tätigkeit auf die reine Physik vorsah, die Befürchtung aufgetaucht, daß sie an der Herabdrückung der kleinen Institute indirekt beteiligt sein würde. Die kleinen Institute sind aber m. E. ein wesentliches Element eines gesunden wissenschaftlichen Betriebes.

Gewiß haben die Rieseninstitute eine Existenzberechtigung, insofern es Aufgaben gibt, die auch normal ausgerüstete Hochschulinstitute nicht bewältigen können, nämlich solche, die eine Zusammenwirkung eines großen Personals und großer Mittel erfordern, und zu denen naturgemäß eine starke Persönlichkeit in leitender Stelle die Anregung gibt. Das Musterbeispiel für einen solchen Betrieb bietet mir das große Leidener Universitätsinstitut dar, in dem keineswegs nur Studierende und Doktoranden gearbeitet haben. Hier hat spezifische Begabung und bezwingende organisatorische Kraft (die „Höhe wissenschaftlicher Produktion" allein entscheidet dabei nicht) in der Tat einem großen Betriebe ihren Stempel aufgedrückt. Eine solche Richtung hat aber die Arbeit der ersten Abteilung im Dienste der allgemeinen Physik (von der wichtigen der zweiten Abteilung zu leistenden Hilfsarbeit, die ich keineswegs geringschätzig, sondern nur zur Charakterisierung ihres Verhältnisses zu den Hochschulen als „wissenschaftlich weniger interessant" bezeichnet habe, ist wie gesagt nicht die Rede) meines Erachtens im allgemeinen nicht. Der überwiegende Teil dieser Arbeit verläuft in völlig getrennten Einzeluntersuchungen, und Herr Warburg proklamiert direkt die Unabhängigkeit der Mitarbeiter als Prinzip —, meine Anschauung bestätigend.

Auf diese Tatsache gründen sich in meiner Rede die Bemerkungen, in der die geäußerten Bedenken gipfeln, über die Anhäufung enormer Mittel an einer Stelle und über den Wunsch nach einer elastischeren Behandlung derselben.

Herr Warburg führt nun eine Zahl an, um zu zeigen, daß die Mittel, welche der Abteilung für wissenschaftliche Untersuchungen zur Verfügung stehen, bescheiden seien. Nun, zusammen mit der glänzenden allgemeinen Ausrüstung der Anstalt und den reichen mechanischen Hilfskräften stellen sie doch gut das Zehnfache von dem dar, was manche Provinzinstitute zur Bestreitung eines großen Lehr- und Forschungsbetriebes zur Verfügung haben. Und überdies ist ja einerseits der Reichstag für die Erhöhung der Mittel mobil gemacht, andererseits ist die Schaffung eines Millionenfonds im Werke, dessen Zinsen, für die wissenschaftliche Arbeit der Anstalt festgelegt, jene Zahl verdreifachen werden.

Zusammen mit dem Vorgehen der Kaiser-Wilhelms-Gesellschaft sind das doch Symptome sehr energischer Zentralisationsbestrebungen, und es ist gewiß erlaubt, in einer umfassenden Darstellung der Gesamtverhältnisse bei aller Würdigung erzielter Fortschritte auch Sorgen bezüglich der ferneren Entwicklung auszusprechen.

Herr Warburg gibt uns den guten Rat, uns unsererseits gleichfalls um Steigerung unserer Mittel zu bemühen. Als ob wir das nicht seit Dezennien täten! Ich wüßte von der opfervollen und aufreibenden Arbeit, ein Provinzinstitut in die Höhe zu bringen und in wissenschaftlichem Betrieb zu erhalten, wohl zu erzählen.

Aber die Werbekraft eines Kaiserlichen Zentralinstituts ist von ganz anderer Größenordnung, als diejenige eines Provinzialinstituts, und diesem wird es schwerer, die Hunderte zu gewinnen, als jenem die Tausende und Zigtausende.

Bei der Tendenz, die zentralen Institute immer mehr zu stärken und zu vermehren, werden wir m. E. schließlich in Deutschland zu ungesunden Zuständen gelangen. Schon jetzt ist manches wenig erfreulich.

Stellung und Wirkung des Hochschullehrers

hängen ganz wesentlich davon ab, daß er in der Lage ist, an der Entwicklung der Wissenschaft in der Front mitzuarbeiten. Die Schaffung einer Klasse von Beamten, die unter sehr viel günstigeren Bedingungen arbeiten, als sie ihm gewährt werden, droht den Hochschullehrer in eine zweite Linie zu drängen und damit die Hochschulen selbst zu schädigen. Der reife Ordinarius an einem Provinzialinstitut, der sich müht, neben seiner großen Amtslast mit engen Mitteln und unzureichenden Hilfskräften wissenschaftlich zu wirken, muß den jungen Hilfsarbeiter in der Reichsanstalt um die diesem gebotenen Mittel beneiden, und unsere jungen Leute, deren Zeit zum größten Teil mit anstrengendem Institutsdienst besetzt ist und die vielfach mit schmalen Mitteln beobachten müssen, klagen über den ungleichen Wettbewerb jener günstiger Gestellten um die Professuren.

Herr Warburg dürfte mit den bez. Verhältnissen und Stimmungen wenig bekannt sein. Ich möchte zur Illustration derselben erwähnen, daß einer der regsamsten uud erfolgreichsten meiner Kollegen sich über unser Göttingen mehrfach schwer besorgt dahin geäußert hat: Uns trägt mit Hilfe besonderer Anstrengungen noch die alte Tradition; die nächste Generation wird wohl ein jähes Hinabgleiten erleben, denn die auf Zentralisation wirkenden Kräfte sind übermächtig.

Wenn wir Alten uns einer solchen Aussicht gegenüber regen, vor gewissen Folgen warnen, so gilt dies nicht uns selbst, die wir am Ende unserer Arbeit stehen, sondern der Zukunft unserer Wissenschaft, deren gesunder Betrieb blühende Provinzinstitute verlangt.

(Eingegangen 10. Oktober 1912.)

BESPRECHUNGEN.

O. Frey, Physikalische Schülerübungen. Lehrgang für die Oberstufe, angeschlossen an einen einheitlichen Apparatensatz. gr. 8. XI u. 144 S. mit 38 Textabbildungen. Leipzig, E. Wunderlich. 1911. M. 2.—, gebunden M. 2.50

Das vorliegende, für die Hand des Lehrers geschriebene Buch will den Anstoß dazu geben, Schülerübungen mit den allereinfachsten Mitteln, und zwar mit selbstgefertigten Apparaten einzurichten und durchzuführen. Der Verfasser scheint zu wünschen, daß der von ihm mit besonderer Sorgfalt beschriebene Apparatenschatz von den Schülern selbst gefertigt oder unter Umständen von der Hand des Lehrers geschaffen werden soll. Zum wenigsten verlangt er für den Schüler ausreichende Anweisung, um auch zu Hause sich dem Apparatenbau hinzugeben, und in dieser Richtung gibt das Buch die wünschenswerteste Anleitung, um aus Zigarrenkisten, Draht, Blechstücken usw., vor allem aber aus Wellpappe, sich die einschlägigen experimentellen Hilfsmittel zu verschaffen.

Der Verfasser will sich nicht lediglich auf qualitative Versuche beschränken, sondern strebt auch Messungen an. Daß solche bei seiner sehr primitiven Apparatur nur ganz grobe Annäherungen sein können, liegt auf der Hand. Gewiß werden in der Regel Schülerübungen keine korrekten Resultate ergeben; ob aber nicht durch allzu unbefriedigende Ergebnisse die Freude am Erfolge benommen und der Schüler mutlos gemacht wird, bleibt doch sehr zu bedenken. Der Schüler soll zweifelsohne, und darin hat der Verfasser sicher recht, seine Versuchsanordnungen selbst aufbauen, sich auch einzelne fehlende Teile herzustellen lernen. Würde er aber die gesamten Apparate selbst schaffen müssen, so könnte von Handfertigkeitsunterricht, nicht aber von einer eigentlichen physikalischen Schülerübung mehr die Rede sein. Stellt man aber andererseits dem Schüler die fertige Apparatur zur Verfügung, so ist wieder nicht einzusehen, warum diese so überaus primitiv sein soll, namentlich wenn, wie der Verfasser angibt, dieses „Wellpappeninstrumentarium" von einer Firma (Pezold) bezogen wird.

Behrendsen.

K. Noack, Aufgaben für physikalische Schülerübungen. 2., verbesserte Auflage. gr. 8. XI u. 181 S. mit 95 Figuren. Berlin, Jul. Springer. 1911. Gebunden M. 2.20.

Die zweite, in der Aufgabenzahl vermehrte Auflage hat den Charakter der ersten durchaus beibehalten. Der Verfasser hat sie für die Hand der Schüler bestimmt, und die Verlagsbuchhandlung sich zur Erreichung dieses Zweckes entschlossen, den Preis des Buches wesentlich herabzusetzen. Die Ausstattung des Buches ist ebenso vortrefflich wie sein Inhalt und die Zahl der zu absolvierenden Aufgaben so reichhaltig, daß ein Schüler, der dieselben durchgearbeitet hat, über alle Teile der Physik eine erfreuliche Übersicht gewonnen haben muß. Schwierigere Gebiete wie Interferenzerscheinungen, Polarisation des Lichtes sind allerdings ausgeschlossen. Die erforderte Apparatur ist immerhin bei aller Einfachheit nicht so elementar, daß der Schüler mit einem Minimum von Hilfsmitteln sich begnügen kann. Auf alle Fälle hat das Noacksche Buch die vollste Beachtung zu beanspruchen.

Behrendsen.

J. Leutenegger, Lehrbuch der Differential-Rechnung. Zum Gebrauche an höheren Lehranstalten sowie zum Selbststudium. gr. 8. 160 S. mit 41 Textfiguren. Bern, A. Francke. 1909. Gebunden M. 3.20.

Wenn der Verfasser, wie er angibt, seinen Leitfaden geschrieben hat, um ein Hilfsmittel zu schaffen, das durch ausführliche Erklärungen und Erläu-

terungen das Verständnis für die behandelte mathematische Disziplin dem Lernenden besser zu vermitteln vermag, als andere größere Werke das zu tun pflegen, so hätte er gut getan, nicht lediglich seine Ableitungen auf rechnerischem Wege zu gewinnen, sondern seine Darstellung mehr an geometrische Vorstellungen anzulehnen. Es läßt sich wirklich zwischen dem Leuteneggerschen Buche und ähnlichen Werken kein wesentlicher Unterschied namhaft machen. So wird von vornherein der Begriff des Differentialquotienten rein arithmetisch begründet; als einzige begrifflich reale Interpretation für denselben wird nachträglich die Bedeutung desselben als Steigungsfunktion von Kurven angegeben. Von der Verwendung des Differentialquotienten für Geschwindigkeit, Beschleunigung und dgl. mehr erfährt der Leser nichts. Auffallend ist die Art und Weise, wie die Differentiation einer Funktion von einer Funktion im § 28 ohne weitere Begründung als ganz selbstverständlich vorgenommen wird.

Daß das Buch manche Klippe vermeidet, an der andere straucheln, soll rühmend hervorgehoben werden; und doch findet sich auch hier ein immer wiederkehrender Fehler, daß nämlich der Differentialquotient ohne weiteres als Bruch bekannt und von ihm beim Dividieren einfach der reziproke Wert genommen wird. Auch mit der Taylorschen Reihe macht der Verfasser es sich recht leicht. Die Frage nach der Konvergenz der unendlichen Taylorschen Reihe wird in fünf Zeilen flüchtig gestreift.

Von Anwendungen ist lediglich der bekannte Kreis geometrischer Aufgaben (Tangenten, Asymptoten, Krümmungen von Kurven usw.) berücksichtigt. Physikalische Aufgaben fallen gänzlich aus. Daß die Differentialrechnung ohne Erweiterung auf die Integration ein recht fragwürdiges Hilfsmittel bleibt, wird der Leser des Leuteneggerschen Buches deutlich empfinden. Behrendsen.

Personalien.

(Die Herausgeber bitten die Herren Fachgenossen, der Redaktion von eintretenden Änderungen möglichst bald Mitteilung zu machen.)

Habilitiert: An der Technischen Hochschule Danzig Dr. M. Claaß für Chemie, an der Universität Halle Dr. Friedrich Pfeiffer (bisher an der Technischen Hochschule Danzig) mit einem Lehrauftrag für angewandte Mathematik.

Ernannt: Dr. Paul Ehrenfest in St. Petersburg zum ord. Professor für theoretische Physik an der Universität Leiden (an Stelle von Professor Dr. H. A. Lorentz, der seine ord. Professur niedergelegt hat und sich auf die Bekleidung einer a. o. Professur für theoretische Physik beschränkt, auch seinen Wohnsitz nach Haarlem verlegt), der Privatdozent an der Universität Wien Dr. Philipp Frank zum o. Professor der theoretischen Physik an der Deutschen Universität Prag, der Privatdozent an der Technischen Hochschule Braunschweig Dr. Fritz Limmer zum Professor und Leiter des neuen Instituts für wissenschaftliche und angewandte Photographie an der Technischen Hochschule Darmstadt, Professor Williams D. Harkins von der University of Montana in Missoula zum Professor für unorganische und allgemeine Chemie an der Universität von Chicago, Dr. R. H. Jesse zum Professor der Chemie an der University of Montana.

Verliehen: Den Direktoren des Kaiser-Wilhelm-Institutes für Chemie ord. Professor für angewandte Chemie Dr. Ernst Beckmann und ord. Honorarprofessor für physikalische Chemie Dr. Fritz Haber, sowie dem Dozenten für höhere Mathematik an der Technischen Hochschule Charlottenburg Dr. Otto Dziobek der Titel Geh. Regierungsrat, die große goldene Medaille für Wissenschaft dem ord. Professor für physikalische Chemie an der Universität Berlin Geh. Rat Dr. Walter Nernst.

Ehrung: Die alle zwei Jahre zur Verteilung gelangende Medaille der Society of Chemical Industry in New York Sir William Crookes in London.

In den Ruhestand: Der ord. Professor der Physik an der Bergakademie Freiberg Geh. Bergrat Dr. Theodor Erhard.

Gestorben: Der Assistent am 2. chemischen Institut der Universität Wien Dr. Mich. Pfannl, der frühere Dozent der Chemie an der Universität Helsingfors Dr. Benjamin August Freiherr af Schulten, der ehemalige Professor der Physik in Paris Mouchot, der frühere Professor der Chemie an der Universität New York Dr. Morris Loeb, der Professor der Chemie am Technischen Institut in Padua Dr. Arnoldo Minozzi.

Angebote.

Wegen Erkrankung des bisherigen Assistenten wird zum baldigen Eintritt ein

Assistent

für **physikalisches Universitäts-Institut** gesucht. Gefl. Bewerbungen mit Studiengang und Lebenslauf unter **S. H. 383** an die Expedition dieser Zeitschrift erbeten.

Gesucht

Physiker oder physikalischer Chemiker

als Privatassistent. Näheres bei dem Verlage und der Redaktion zu erfahren.

Das **Kaiserl. Telegraphen-Versuchsamt, Berlin W. 9,** Königgrätzerstraße 20, **sucht** zum sofortigen Eintritt einen

promovierten Physiker

für wissenschaftlich-technische Laboratoriumsarbeiten. Vergütung anfangs 150 Mark monatlich.

Im **physikalischen Institut** der Universität Basel ist die

Assistentenstelle

zu besetzen. Reflektanten sind gebeten, sich schriftlich an den Vorsteher **Aug. Hagenbach** zu wenden. (Adresse: Physikalische Anstalt, Bernoullianum, Basel.)

Für die Redaktion verantwortlich Professor Dr. Friedrich Krüger in Danzig-Langfuhr. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.

Fig. 1.

Fig. 2.